Ingeniería Matemática

- 1. En el plano XY la curva con ecuación paramétrica  $x=2\cos(t)$  y  $y=2\sin(t),~0\leq t\leq \pi/4,$  tiene longitud:
  - (a) 3
  - (b)  $\pi$
  - (c)  $\frac{3}{2}$
  - (d)  $\frac{\pi}{2}$
- 2. Cuál de las siguientes es una ecuación de la recta tangente al grafo de  $y = x + e^x$  en x = 0?
  - (a) y = x + 1
  - (b) y = x + 2
  - (c) y = 2x
  - (d) y = 2x + 1
- 3. Dos eventos son independientes
  - (a) si la probabilidad de la unión de los dos eventos es igual a la suma de las probabilidades de los dos eventos.
  - (b) si la probabilidad de la unión de los dos eventos es igual al producto de las probabilidades de los dos eventos.
  - (c) si la probabilidad de la intersección de los dos eventos es igual a la suma de las probabilidades de los dos eventos
  - (d) si la probabilidad de la intersección de los dos eventos es igual al producto de las probabilidades de los dos eventos
- 4. ¿Cuáll de los siguientes círculos tiene la mayor cantidad de puntos de intersección con la parábola  $x^2 = y + 4$ ?
  - (a)  $x^2 + y^2 = 1$
  - (b)  $x^2 + y^2 = 9$
  - (c)  $x^2 + y^2 = 16$
  - (d)  $x^2 + y^2 = 25$
- 5.  $\int_{-3}^{3} |x+1| dx =$ 
  - (a) 0
  - (b) 10
  - (c) 15
  - (d) 20
- 6. Dadas las siguientes integrales

$$J = \int_0^1 \sqrt{1 - x^4} dx$$

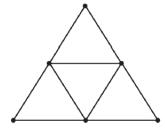
$$K = \int_0^1 \sqrt{1 + x^4} dx$$

$$L = \int_0^1 \sqrt{1 - x^8} dx$$

¿Cuál de las siguientes afirmaciones es verdadera?

- (a) J < L < 1 < K
- (b) J < L < K < 1

- (c) L < J < 1 < K
- (d) L < 1 < J < K
- 7. Sea V el espacio vectorial de las matrices reales de orden  $2 \times 3$  y sea W el espacio vectorial de los vectores columna  $4 \times 1$  con entradas reales. Si T es una transformación lineal sobreyectiva de V en W, entonces la dimensión del subespacio  $\{\mathbf{v} \in V : T(\mathbf{v}) = 0\}$  es
  - (a) 2
  - (b) 3
  - (c) 4
  - (d) 5
- 8. La esperanza de una variable aleatoria continua  $\mathbf{X}$  se calcula por medio de
  - (a) la derivada de x por la función de distribución de X.
  - (b) la derivada de x por la función de densidad de X.
  - (c) la integral de x por la función de distribución de X.
  - (d) la integral de x por la función de densidad de X.
- 9. Suponga que A y B son matrices  $n \times n$  no singulares con n > 1 e I la matriz identidad de orden n. Si A y B son matrices similares, ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?
  - I. A 2I y B 2I son matrices similares.
  - II. A y B tienen la misma traza.
  - III.  $A^{-1}$  y  $B^{-1}$  son matrices similares
  - (a) Solo I.
  - (b) Solo II.
  - (c) Solo III.
  - (d) A la vez I y III.
- 10. Sea A una matriz  $2 \times 2$  con entradas reales. ¿Cuáles de las siguientes afirmaciones son verdaderas?
  - I. Todas las entradas de  $A^2$  son no negativas.
  - II. El determinante de  $A^2$  es positivo.
  - III. Si A tiene dos valores propios distintos, entonces  $A^2$  tiene dos valores propios distintos.
  - (a) Solo I.
  - (b) Solo II.
  - (c) Solo III.
  - (d) A la vez II y III.
- 11. La siguiente figura muestra un grafo no dirigido con seis vértices.



Ingeniería Matemática

Para obtener un árbol generador (subgrafo conexo sin ciclos con todos los vertices del grafo) , se deben borrar un número adecuado de aristas. ¿Cuántas aristas del grafo de la figura se deben borrar para obtener un árbol generador?

- (a) Una
- (b) Dos
- (c) Tres
- (d) Cuatro
- 12. Si x es un número real suficientemente mayor que 1. ¿Cómo debería calcularse la expresión

$$\sqrt{x+\frac{1}{x}}-\sqrt{x-\frac{1}{x}}$$

para que ésta sea más estable numéricamente?

(a) 
$$\frac{2}{x\left(\sqrt{x+\frac{1}{x}}+\sqrt{x-\frac{1}{x}}\right)}$$

(b) 
$$\sqrt{x+\frac{1}{x}} - \sqrt{x-\frac{1}{x}}$$

(c) 
$$\sqrt{2x - 2\sqrt{x + \frac{1}{x}}\sqrt{x - \frac{1}{x}}}$$

(d) 
$$\frac{\sqrt{x^2+1}-\sqrt{x^2-1}}{\sqrt{x}}$$

- 13. Sea la función real f definida por  $f(x) = e^{-x^2} x$ ; entonces la primera iteración del método de Newton, empezando desde x = 1, da como resultado un valor aproximado de:
  - (a) 1.3642
  - (b) 0.6358
  - (c) -0.3254
  - (d) 0.2119
- 14. Dado los siguientes programas lineales que dependen de dos parámetros reales,  $\alpha$  y  $\beta$

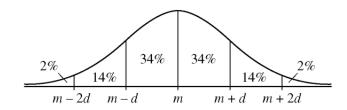
$$(P)_{\alpha,\beta} = \begin{cases} Max & z = 2x_1 + x_2 \\ s.a \\ \alpha x_1 + \beta x_2 \le 2 \\ x_1 \ge 0, x_2 \ge 0 \end{cases}$$

Entonces todos los valores de los parámetros  $\alpha$  y  $\beta$  para los cuales los problemas  $(P)_{\alpha,\beta}$  son no acotados, son tales que:

- (a)  $\alpha = 0$  y  $\beta < 0$
- (b)  $\alpha$  y  $\beta$  son reales cualesquiera
- (c)  $\alpha \leq 0$  y  $\beta \leq 0$
- (d)  $\alpha > 0$  y  $\beta > 0$
- 15. Suponga que X es una variable aleatoria discreta en el conjunto de enteros positivos, tales que para cada entero positivo n, la probabilidad de que X = n es  $\frac{1}{2^n}$ . Si Y es una variable aleatoria con la misma distribución de probabilidad y X e Y son independientes, ¿cuál es la probabilidad de que el valor de al menos una de las variables X o Y sea mayor que 3?
  - (a)  $\frac{1}{64}$

Ingeniería Matemática

- (b)  $\frac{15}{64}$
- (c)  $\frac{1}{44}$  (d)  $\frac{3}{8}$
- 16. La siguiente figura representa una distribución normal con media m y desviación estandar d, incluyendo porcentajes aproximados de la distribución correspondientes a las seis regiones mostradas.



Suponga que la altura de una población de 3000 pingüinos adultos está distribuida de manera aproximadamente normal con media 65 centímetros y desviación estándar de 5 centímetros. De manera aproximada, el número de pingüinos que tendrán entre 65 y 75 centímetros de altura será:

- (a) 1440
- (b) 969.2
- (c) 2460
- (d) 2820
- 17. Una ecuación diferencial de orden n tiene
  - (a) al menos una solución.
  - (b) exactamente n soluciones linealmente independientes.
  - (c) al menos n soluciones linealmente independientes.
  - (d) n soluciones no necesariamente independientes.
- 18. El operador diferencial  $L = (D-2)(D^2+1)$  anula a
  - (a)  $2e^{-2x} + 3\cos(x) \sin(x)$
  - (b)  $2e^{2x} + 3\cos(x) \sin(x)$
  - (c)  $2e^{-x} + 3\cos(2x) \sin(2x)$
  - (d)  $2e^{-x} + 3\cos(x) \sin(x)$
- 19. El método de Frobenius sirve para hallar
  - (a) soluciones de ecuaciones diferenciales alrededor de puntos singulares.
  - (b) soluciones de ecuaciones con coeficientes variables.
  - (c) soluciones complementarias de ecuaciones diferenciales homogéneas.
  - (d) soluciones particulares de ecuaciones diferenciales no homogéneas.
- 20. En un cultivo de levadura la rapidez de cambio es proporcional a la cantidad existente. Si la cantidad de cultivo se duplica en 4 horas. ¿Qué cantidad puede esperarse al cabo de 16 horas, con la misma rapidez de crecimiento?
  - (a)  $2x_0$
  - (b)  $32x_0$
  - (c)  $x_0$
  - (d)  $e^{x_0}$