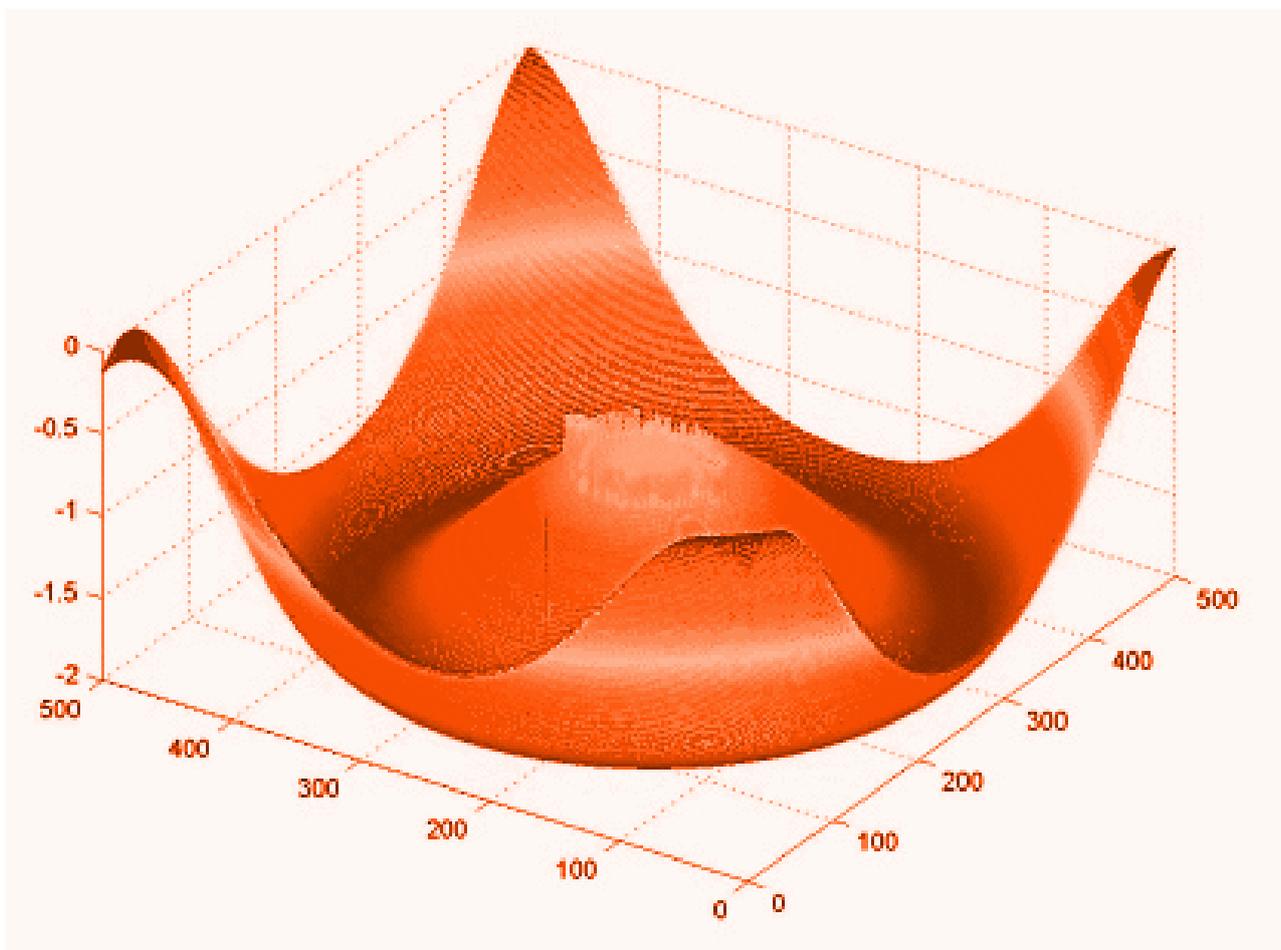




FisMat

Revista de divulgación científica en física y matemática



Escuela Politécnica Nacional
Facultad de Ciencias
Departamentos de Física y Matemáticas

Quito, Ecuador

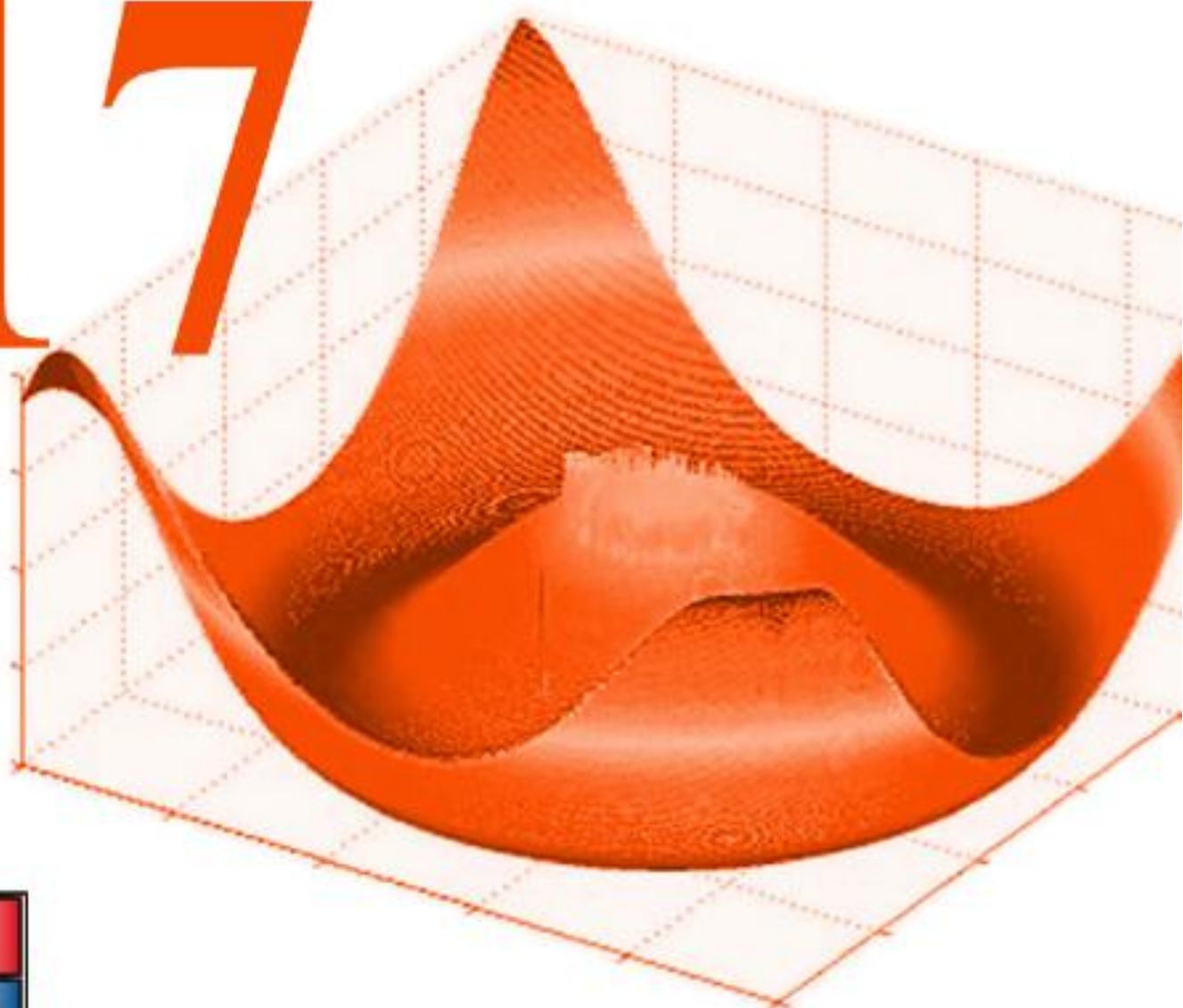
FISMAT

Revista de divulgación científica en Física y Matemática

Vol: XVI I

Noviembre: 2008

17



**ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL
FACULTAD DE CIENCIAS
DEPARTAMENTOS DE FÍSICA Y MATEMÁTICA
QUITO - ECUADOR**

FisMat: Revista de divulgación científica en física y matemática

PUBLICADA POR
Escuela Politécnica Nacional
Facultad de Ciencias
Departamentos de Matemática y Física
Ladrón de Guevara E11 - 253
Casilla postal 17 - 01 - 2759
Quito, Ecuador

EDITOR
Marco Calahorrano

PUBLICACIÓN DIGITAL
albergada en el repositorio de la Biblioteca Central de la EPN

dirección en línea anterior: www.ciencias.epn.edu.ec

dirección en línea actual (2014): <http://biblioteca.epn.edu.ec/catalogo/default.php>

FisMat

Revista de divulgación científica en física y matemática

Volumen xvii

Noviembre 2008

Contenidos

1. Problemas elípticos no lineales perturbados con condiciones Dirichlet homogéneas. Caso asintóticamente lineal.
Miguel Ángel Yangari Sosa & Marco Calahorrano (director)..... I - 14
2. Modelos de optimización de portafolios: un estudio comparativo basado en simulaciones computacionales
Jaime E. Fernández R. I - 18
3. El escalamiento óptimo con base en el análisis de componentes principales no lineales para la construcción de índices de condiciones de vida y socioeconómicos. Aplicación en el ámbito nacional
Jesús Eloy Tapia López I - 13
4. Programa de transferencia económica, condicionado con la asistencia a clases, para niños, niñas y adolescentes que trabajan en el Ecuador
Iliana Raquel Quintana Ojeda, Yadira de Lourdes Vásquez Ayala & Gustavo Herrera (director) I - 13
5. El uso intergeneracional del petróleo en el Ecuador: una aplicación de la metodología de contabilidad generacional
Vilma Elizabeth Calvopiña Carvajal, Dennis Alexander Rodríguez Herrera & Oswaldo Miño (director) I - 13

6. Elaboración de instrumentos para la determinación de la demanda social de los profesionales que forma la Escuela Politécnica Nacional. Y aplicación para la carrera de Ingeniería en Ciencias Económicas y Financieras de la Facultad de Ciencias, en el Distrito Metropolitano de Quito
Stalin Alexander Apolo Gaibor & Alejandro Araujo (director)..... I - 18

7. Metodologías de levantamiento de encuestas: análisis del caso Sistema de Selección de Beneficiarios SELBEN en el Ecuador
Yajaira Vásquez Tenorio.....I - 17

8. Incidencia de la matemática en la vida cotidiana
Marco Calaborrano I - 4

**PROBLEMAS ELÍPTICOS NO LINEALES PERTURBADOS CON
CONDICIONES DIRICHLET HOMOGÉNEAS.
CASO ASINTÓTICAMENTE LINEAL.**

MIGUEL ANGEL YANGARI SOSA

DIRECTOR: MAT. MARCO CALAHORRANO

*Escuela Politécnica Nacional
Carrera de Matemática*

Resumen: En el presente trabajo estudiaremos la existencia de soluciones para los Problemas Elípticos no Lineales Perturbados con Condiciones de Dirichlet Homogéneas. Para lo cual, se hará uso de métodos topológicos, como la teoría de bifurcaciones, en especial de resultados tipo Rabinowitz-Krasnoselskii. Además, como una aplicación de lo anterior se tratará de resolver los Problemas Elípticos no Lineales con Condiciones de Dirichlet no Homogéneas.

PROBLEMAS ELÍPTICOS NO LINEALES CON CONDICIONES DIRICHLET
HOMOGÉNEAS.

El objetivo principal de este trabajo será hallar resultados de existencia y multiplicidad de soluciones, para el problema:

$$(0.0.1) \quad \begin{aligned} -\Delta u &= \lambda f(u + a) & x \in \Omega \\ u &= 0 & x \in \partial\Omega \end{aligned}$$

donde Ω es un subconjunto abierto y acotado de \mathbb{R}^n ($n \geq 2$), $u := u(x)$ con $x \in \Omega$, $\lambda > 0$, $f \in C^1([0, +\infty[)$ y $a \in \mathbb{R}^+$.

Para ello, se hará una generalización de los resultados obtenidos en [1] por Ambrosetti-Hess, pero en nuestro caso aplicado al problema (0.0.1) donde $a > 0$.

Consideremos además que f es una función asintóticamente lineal, es decir

$$f(s) = m_\infty s + g(s)$$

donde

$$m_\infty > 0, \quad g \in C^{0,\alpha}(\mathbb{R}^+, \mathbb{R}), \quad |g(s)| \leq k, \quad g(0) \geq 0$$

además $f(s) \geq 0$ para todo $s \in [0, a]$.

Ahora probaremos la positividad de las soluciones para el problema (0.0.1) bajo las condiciones antes impuestas, para ello es conveniente considerar la función \tilde{f} definida por $\tilde{f}(u) = f(u)$ para $u \geq 0$, tal que $\tilde{f}(u) = f(0)$ para todo $u < 0$. Por

tanto, escribiremos $\tilde{f}(u) = m_\infty u + \tilde{g}(u)$, por supuesto $\tilde{g}(u) = g(u)$ para todo $u \geq 0$. Consideremos el problema

$$(0.0.2) \quad \begin{aligned} -\Delta u &= \lambda \tilde{f}(u+a) & x \in \Omega \\ u &= 0 & x \in \partial\Omega \end{aligned}$$

Tomemos $X = C(\overline{\Omega})$, entonces para algún $\lambda > 0$, supongamos que existe una solución no trivial u del problema (0.0.2) y sea $x^* \in \Omega$ tal que $u(x^*) = \min_{\Omega} u(x)$. Por reduccion al absurdo asumamos que $u(x^*) < 0$, entonces $u(x^*) + a < a$,

i) Si $u(x^*) + a < 0$, puesto que $\tilde{f}(u) = f(0) \geq 0$ para $u < 0$, se tiene que

$$-\Delta u(x^*) = \lambda \tilde{f}(u(x^*) + a) \geq 0$$

así por el principio del máximo deducimos que $u(x^*) \geq 0$, lo que es una contradicción.

ii) Si $0 \leq u(x^*) + a < a$, puesto que $\tilde{f}(u) = f(u) \geq 0$ para todo $u \in [0, a]$, se tiene que

$$-\Delta u(x^*) = \lambda \tilde{f}(u(x^*) + a) \geq 0$$

por el principio de máximo se tiene nuevamente una contradicción.

Así, concluimos que el problema (0.0.2) tiene soluciones no negativas, es decir $u \geq 0$. Ms aún, por las condiciones impuestas sobre f , se sigue que existe $\delta > 0$ tal que $f(u+a) + \delta u > 0$ para todo $u > 0$. Puesto de $-\Delta u + \lambda \delta u = \lambda(f(u+a) + \delta u)$, el principio del máximo implica que $u > 0$ en Ω .

El trabajo desarrollado a continuación nos permitirá hallar resultados de existencia para el problema (0.0.1), además haciendo uso del Teorema de Krasnoselskii y Rabinowitz podremos encontrar ramas de bifurcación continuas, ya sea de cero o de infinito.

Teorema 0.0.1. (*Krasnoselskii-Rabinowitz*)

Sea $\lambda^* \in \mathbb{R}$ y $\varepsilon_0 > 0$ tal que el conjunto $(\lambda^* - \varepsilon_0, \lambda^* + \varepsilon_0) \setminus \{\lambda^*\}$ no contiene puntos de bifurcación del problema

$$(0.0.3) \quad \Phi(\lambda, u) = u - T(\lambda, u) = 0$$

donde T es un operador compacto en X .

Asumimos también que para todo $\underline{\lambda} \in (\lambda^* - \varepsilon_0, \lambda^*)$ y $\bar{\lambda} \in (\lambda^*, \lambda^* + \varepsilon_0)$ se satisface que

$$i(\Phi_{\underline{\lambda}}, 0) \neq i(\Phi_{\bar{\lambda}}, 0)$$

Entonces

1. El valor λ^* es un punto de bifurcación de (0.0.3).
2. La componente conexa C_{λ^*} , que contiene a $(\lambda^*, 0)$ satisface al menos una de las siguientes condiciones:

- i) C_{λ^*} no es acotada en $\mathbb{R} \times X$.
- ii) existe un punto de bifurcación $\lambda^\# \in \mathbb{R} \setminus \{\lambda^*\}$ tal que $(\lambda^\#, 0) \in C_{\lambda^*}$.

Los lemas citados a continuación, nos permitirán encontrar una rama de bifurcación de la solución cero.

Lema 0.0.2. Si $f \in C^1([0, +\infty[)$ tal que $f(a) = 0$ y $f'_+(a)^1 > 0$, entonces existe una constante $c > 0$ tal que

$$|s^{-1}f(s+a)| \leq c \quad \text{cuando } s \rightarrow 0$$

Demostración. Si tomamos $s \in \mathbb{R}$ tal que $s \rightarrow 0$, por definición de derivada se tiene que

$$f(a+s) = f(a) + f'_+(a)s + o(|s|)$$

puesto que $f(a) = 0$, tenemos que

$$f(a+s) = f'_+(a)s + o(|s|)$$

del hecho que $o(|s|) \rightarrow 0$ cuando $s \rightarrow 0^+$ deducimos que

$$\left| \frac{f(s+a)}{s} \right| = \left| \frac{f'_+(a)s}{s} + \frac{o(|s|)}{s} \right| \leq \left| \frac{f'_+(a)s}{s} \right| + \left| \frac{o(|s|)}{s} \right| \rightarrow f'_+(a)$$

Y por tanto

$$\frac{|f(s+a)|}{s} \leq c$$

□

Lema 0.0.3. Sea $\lambda_0 = \frac{\lambda_1}{f'_+(a)}$, entonces para cada intervalo $\Lambda \subset [0, +\infty) \setminus \{\lambda_0\}$, existe un $\varepsilon > 0$ que satisface

$$\Phi(\lambda, u) \neq 0, \quad \forall \lambda \in \Lambda, \quad \forall 0 < \|u\| < \varepsilon$$

donde $\Phi(\lambda, u) = u - \lambda(-\Delta)^{-1}[f(u+a)]$ con $f(a) = 0$ y $f'_+(a) > 0$.

Demostración. Por el método del absurdo, aseguramos que existe una sucesión $(\lambda_n, u_n) \in \Lambda \times X$ que satisface

$$\lambda_n \rightarrow \lambda \neq \lambda_0, \quad \|u_n\| \rightarrow 0$$

$$\Phi(\lambda_n, u_n) = 0, \quad u_n \geq 0$$

Dividiendo la ecuación $u_n = \lambda_n(-\Delta)^{-1}[f(u_n+a)]$ por $\|u_n\|$, por el Lema 0.0.2 y del hecho que $(-\Delta)^{-1}$ es un operador compacto podemos hallar una subsucesión $(\frac{u_n}{\|u_n\|})$ tal que

$$\frac{u_n}{\|u_n\|} \rightarrow v$$

ahora, ya que $\|u_n\| \rightarrow 0$ cuando $n \rightarrow \infty$, se tiene que

$$v = \lambda(-\Delta)^{-1}[f'_+(a)v], \quad \|v\| = 1$$

Usando φ_1 como función test en el problema de valores propios, se tiene que:

$$\int_{\Omega} \nabla v \nabla \varphi_1 dx = \lambda f'_+(a) \int_{\Omega} v \varphi_1 dx$$

además usando v como función test en el problema: $-\Delta \varphi_1 = \lambda_1 \varphi_1$ tenemos que

$$\int_{\Omega} \nabla v \nabla \varphi_1 dx = \lambda_1 \int_{\Omega} v \varphi_1 dx$$

así

$$\lambda_1 \int_{\Omega} v \varphi_1 = \lambda f'_+(a) \int_{\Omega} v \varphi_1$$

¹ $f'_+(a) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h}$

de aquí concluimos que $\lambda = \lambda_1/f'_+(a)$, lo cual es una contradicción, ya que supusimos que $\lambda \neq \lambda_0$. \square

Lema 0.0.4. *Para cada $\lambda > \lambda_0$ existe $\delta > 0$ tal que*

$$\Phi(\lambda, u) \neq \tau\varphi_1, \quad \forall 0 < \|u\| < \delta, \quad \forall \tau \geq 0$$

Demostración. Para esto fijaremos $\lambda > \lambda_0$ y asumimos por contradicción que existen sucesiones $u_n \in X$ y $\tau_n \geq 0$ que satisfacen $u_n > 0$ en Ω , $\|u_n\| \rightarrow 0$ y

$$\Phi(\lambda, u_n) = \tau_n\varphi_1$$

o equivalentemente

$$u_n = \lambda(-\Delta)^{-1}[f(u_n + a)] + \tau_n\varphi_1$$

Dividiendo la ecuación anterior por $\|u_n\|$, por el lema 0.0.2 y usando la compacidad de $(-\Delta)^{-1}$, se deduce que existe una subsucesión de $((-\Delta)^{-1}[\frac{f(u_n+a)}{\|u_n\|}])$ que es convergente a un valor \bar{v} , puesto que

$$\frac{u_n}{\|u_n\|} = \lambda(-\Delta)^{-1}\left[\frac{f(u_n+a)}{\|u_n\|}\right] + \frac{\tau_n}{\|u_n\|}\varphi_1$$

se tiene

$$\left\|(-\Delta)^{-1}\left[\frac{f(u_n+a)}{\|u_n\|}\right]\right\| \leq \left\|(-\Delta)^{-1}\left[\frac{f(u_n+a)}{\|u_n\|}\right] - \bar{v}\right\| + \|\bar{v}\| \leq \epsilon + \|\bar{v}\|$$

entonces

$$\frac{\tau_n}{\|u_n\|} = \left\|\frac{u_n}{\|u_n\|} - \lambda(-\Delta)^{-1}\left[\frac{f(u_n+a)}{\|u_n\|}\right]\right\| \leq \left\|\frac{u_n}{\|u_n\|}\right\| + \lambda \left\|(-\Delta)^{-1}\left[\frac{f(u_n+a)}{\|u_n\|}\right]\right\| \leq 1 + \lambda(\epsilon + \|\bar{v}\|)$$

y así $(\frac{\tau_n}{\|u_n\|})$ es acotada.

Puesto que podemos encontrar una subsucesión monótona, es posible suponer que $\frac{\tau_n}{\|u_n\|} \rightarrow \tau \geq 0$, así se tiene que $\frac{u_n}{\|u_n\|} \rightarrow v$ con $v \in X$ satisfaciendo

$$-\Delta v = \lambda f'_+(a)v + \tau\lambda_1\varphi_1, \quad x \in \Omega$$

$$v = 0, \quad x \in \partial\Omega$$

$$\|v\| = 1$$

Ahora, usando φ_1 como función test en el problema de valores propios, se tiene que:

$$\int_{\Omega} \nabla v \nabla \varphi_1 dx \geq \lambda f'_+(a) \int_{\Omega} v \varphi_1 dx$$

además usando v como función test en el problema $-\Delta\varphi_1 = \lambda_1\varphi_1$, se tiene el mismo resultado que en el Lema 0.0.3, así

$$\lambda_1 \int_{\Omega} v \varphi_1 \geq \lambda f'_+(a) \int_{\Omega} v \varphi_1 dx$$

puesto que $v > 0$ y $\varphi_1 > 0$, deducimos entonces que $\lambda_0 \geq \lambda$ y así se tiene una contradicción. \square

Teorema 0.0.5. *Si $f(a) = 0$ y $f'_+(a) > 0$, entonces $\lambda_0 = \lambda_1/f'_+(a)$ es el único punto de bifurcación de cero de las soluciones positivas de (0.0.1). En adición, el continuo que nace de $(\lambda_0, 0)$ es no acotado.*

Demostración. Para poder aplicar el Teorema 0.0.1, tenemos que probar que el índice cambia de valor al cruzar $\lambda = \lambda_0$.

Así, como consecuencia del Lema 0.0.3, se tiene que:

- a) El único punto de bifurcación posible de soluciones positivas es $\lambda = \lambda_0$
- b) Si $\lambda < \lambda_0$ y tomando $\Lambda = [0, \lambda]$, por la propiedad de homotopía se tiene que

$$i(\Phi_\lambda, 0) = i(\Phi_0, 0) = i(I, 0) = 1$$

Ahora del Lema 0.0.4 se sigue que, para todo $\lambda > \lambda_0$,

$$i(\Phi_\lambda, 0) = i(\Phi_\lambda - \tau\varphi_1, 0), \quad \forall \tau > 0$$

así, usando nuevamente el lema anterior, se tiene que $i(\Phi_\lambda - \tau\varphi_1, 0) = 0$ y por tanto

$$i(\Phi_\lambda, 0) = 0$$

□

Definición 0.0.6. Sean los conjuntos

$L_{0,a} = \{(\lambda, u): \text{tal que } (\lambda, u) \text{ pertenece a la rama de bifurcación de } \lambda_0 \text{ del problema (0.0.1)}\}$

$\Gamma_{0,a} = \{\lambda: (\lambda, u) \in L_{0,a} \text{ para alguna solución } u\}$

1. BIFURCACIÓN DE INFINITO

Ahora vamos a ver un resultado de bifurcación de infinito para el problema (0.0.1).

Para esto, asumimos que

$$\Phi(\lambda, u) = u - T(\lambda, u)$$

con T un operador compacto. Tomando la transformada de Kelvin

$$z = \frac{u}{\|u\|^2}, \quad u \neq 0$$

se deduce que

$$\begin{cases} \Phi(\lambda, u) = 0 \\ u \neq 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} z - \|z\|^2 T(\lambda, \frac{z}{\|z\|^2}) = 0 \\ z \neq 0 \end{cases}$$

Más aún, definimos

$$\tilde{\Phi}(\lambda, z) = \begin{cases} z - \|z\|^2 T(\lambda, \frac{z}{\|z\|^2}) & \text{si } z \neq 0, \\ 0 & \text{si } z = 0, \end{cases}$$

Nota 1.0.7. Se deduce que λ_∞ es un punto de bifurcación de infinito para $\Phi(\lambda, z) = 0$ si y solo si λ_∞ es un punto de bifurcación de cero para $\tilde{\Phi}(\lambda, z) = 0$.

A continuación vamos a citar algunos lemas que nos permitirán encontrar una rama de bifurcación de infinito.

Lema 1.0.8. *Existe una constante $c > 0$ tal que $|s^{-1}f(s+a)| \leq c \forall s \geq 1$.*

Demostración. Puesto que $g \in C^{0,\alpha}(\Omega)$ y por el hecho que $s \geq 1$ y $\alpha \in [0,1]$ se tiene que

$$|g(s+a)| - |g(a)| \leq |g(s+a) - g(a)| \leq \tau |s|^\alpha \leq \tau s$$

por tanto

$$|g(s+a)| \leq \tau s + |g(a)| \leq \tau s + k \leq (\tau + k)s$$

Puesto que $f(s) = m_\infty s + g(s)$ tenemos que

$$\begin{aligned} \frac{|f(s+a)|}{s} &\leq \frac{m_\infty s}{s} + \frac{m_\infty a}{s} + \frac{|g(s+a)|}{s} \\ &\leq m_\infty + \frac{m_\infty a}{s} + \tau + k \\ &\leq m_\infty + m_\infty a + \tau + k = c \end{aligned}$$

□

Lema 1.0.9. Sea $\lambda_\infty = \frac{\lambda_1}{m_\infty}$, entonces para cada intervalo $\Lambda \subset [0, +\infty) \setminus \{\lambda_\infty\}$, existe un $\varepsilon > 0$ que satisfice

$$\tilde{\Phi}(\lambda, z) \neq 0, \quad \forall \lambda \in \Lambda, \quad \forall 0 < \|z\| < \varepsilon$$

Demostración. Similar a la demostración del Lema 0.0.3. □

Lema 1.0.10. Para cada $\lambda > \lambda_\infty$ existe $\delta > 0$ tal que

$$\tilde{\Phi}(\lambda, z) \neq \tau \varphi_1, \quad \forall 0 < \|z\| < \delta, \quad \forall \tau \geq 0$$

Demostración. Similar a la demostración del Lema 0.0.4. □

Teorema 1.0.11. Sea $\Omega \subset \mathbb{R}^N$ un abierto y acotado, sea $f \in C^1([0, \infty[)$ tal que

$$f(s) = m_\infty s + g(s)$$

donde g satisfice

$$|g(s)| \leq k$$

Entonces $\lambda_\infty = \lambda_1/m_\infty$ es el único punto de bifurcación de infinito de soluciones positivas de (0.0.1). En adición, el continuo que nace de (λ_∞, ∞) es conexo y no acotado.

Definición 1.0.12. Sean los conjuntos

$L_{\infty,a} = \{(\lambda, u): \text{tal que } (\lambda, u) \text{ pertenece a la rama de bifurcación de } \lambda_\infty \text{ del problema (0.0.1)}\}$

$$\Gamma_{\infty,a} = \{\lambda: (\lambda, u) \in L_{\infty,a} \text{ para alguna solución } u\}$$

2. RAMAS DE BIFURCACIÓN

Lema 2.0.13. *Si existe $s_0 > a$ tal que $f(s_0) \leq 0$, entonces el problema (0.0.1) no tiene solución para $u \in X$ con $\|u\|_\infty = s_0 - a$. Además $L_{0,a} \cap L_{\infty,a} = \emptyset$.*

Demostración. Sea (λ, u) una solución del problema

$$\begin{aligned} -\Delta u &= \lambda f(u+a) & x \in \Omega \\ u &= 0 & x \in \partial\Omega \end{aligned}$$

con $\lambda > 0$ y $\|u\|_\infty = s_0 - a$, entonces se tiene que $0 \leq u \leq s_0 - a$ en Ω . Sea $m > 0$ tal que $f(v) + mv$ sea creciente para todo $v \in [0, s_0]$. Además

$$-\Delta u + \lambda m(u+a) = \lambda(f(u+a) + m(u+a))$$

y del hecho que $f(s_0) \leq 0$ se tiene que

$$\lambda m s_0 \geq \lambda(f(s_0) + m s_0)$$

por tanto

$$\begin{aligned} (-\Delta + \lambda m)(s_0 - a - u) &= -\Delta(-u) + \lambda m(s_0 - a) - \lambda m u \\ &= \lambda m s_0 - (-\Delta u + \lambda m(u+a)) \\ &\geq \lambda(f(s_0) + m s_0 - f(u+a) - m(u+a)) \geq 0 \end{aligned}$$

así tan pronto como $s_0 - a > u$ en $\partial\Omega$, por el Principio del Máximo se tiene que $s_0 - a > u$ en Ω y por tanto $\|u\|_\infty < s_0 - a$, lo que es una contradicción.

Ahora, si $(\lambda, u) \in L_{0,a}$ entonces existe una sucesión (λ_i, u_i) tal que $\|u_i\|_\infty \rightarrow 0$, de igual manera si $(\lambda, u) \in L_{\infty,a}$, existe una sucesión (λ_i, u_i) tal que $\|u_i\|_\infty \rightarrow \infty$.

Por tanto, si $L_{0,a} \cap L_{\infty,a} \neq \emptyset$, podríamos encontrar un punto (λ, u) con $\|u\|_\infty = s_0 - a$, lo que contradice lo hecho anteriormente. \square

Teorema 2.0.14. *Supongamos que las hipótesis del Teorema 1.0.11 se satisfacen. Si*

$$(2.0.4) \quad \gamma' = \liminf_{u \rightarrow \infty} g(u) > 0$$

o

$$(2.0.5) \quad \gamma'' = \limsup_{u \rightarrow \infty} g(u) < 0$$

Entonces $L_{\infty,a}$ bifurca a la izquierda, respectivamente a la derecha, de (λ_∞, ∞) .

Demostración. Supongamos que (2.0.4) se satisface, además tomemos el compacto $J = [\lambda_\infty, \lambda]$ donde $\lambda > \lambda_\infty$. Del hecho que λ_∞ es un punto de bifurcación de infinito, podemos hallar $\lambda_j \rightarrow \lambda_\infty$ y $\|u_j\|_\infty \rightarrow \infty$ tal que

$$\begin{aligned} -\Delta u_j &= \lambda_j f(u_j + a) & x \in \Omega \\ u_j &= 0 & x \in \partial\Omega \end{aligned}$$

por consiguiente

$$(2.0.6) \quad \frac{u_j}{\|u_j\|} = \lambda_j (-\Delta)^{-1} \left[\frac{f(u_j + a)}{\|u_j\|} \right] \quad x \in \Omega$$

por el lema 1.0.8 y por el hecho que $(-\Delta)^{-1}$ es un operador compacto, se tiene que existe una subsucesión $v_j = \frac{u_j}{\|u_j\|}$ tal que $v_j \rightarrow v$ en X , así tomando el límite cuando $j \rightarrow \infty$ en (2.0.6) se tiene que

$$v = \lambda_\infty (-\Delta)^{-1} [m_\infty v]$$

$$\Rightarrow -\Delta v = \lambda_\infty m_\infty v, \text{ con } \|v\|_\infty = 1 \text{ y } v \geq 0$$

Ahora, usando φ_1 como función test en el problema de valores propios, se tiene que:

$$\begin{aligned} -\Delta v \varphi_1 &= \lambda_\infty m_\infty v \varphi_1 \\ -\int_\Omega \Delta v \varphi_1 dx &= \lambda_\infty m_\infty \int_\Omega v \varphi_1 dx \\ \int_\Omega \nabla v \nabla \varphi_1 dx - \int_{\partial\Omega} \partial_\nu v \varphi_1 ds &= \lambda_\infty m_\infty \int_\Omega v \varphi_1 dx \\ \Rightarrow \int_\Omega \nabla v \nabla \varphi_1 dx &= \lambda_\infty m_\infty \int_\Omega v \varphi_1 dx \end{aligned}$$

además usando v como función test en el problema:

$$\begin{aligned} -\Delta \varphi_1 &= \lambda_1 \varphi_1 \\ \Rightarrow -\Delta \varphi_1 v &= \lambda_1 \varphi_1 v \\ -\int_\Omega \Delta \varphi_1 v dx &= \lambda_1 \int_\Omega v \varphi_1 dx \\ \int_\Omega \nabla v \nabla \varphi_1 dx - \int_{\partial\Omega} \partial_\nu \varphi_1 v ds &= \lambda_1 \int_\Omega v \varphi_1 dx \\ \Rightarrow \int_\Omega \nabla v \nabla \varphi_1 dx &= \lambda_1 \int_\Omega v \varphi_1 dx \end{aligned}$$

así

$$\lambda_1 \int_\Omega v \varphi_1 = \lambda_\infty m_\infty \int_\Omega v \varphi_1$$

de aquí concluimos que $\lambda_1 = \lambda_\infty m_\infty$ y por tanto $v = \varphi_1$

Así, $v > 0$ en Ω y $u_j = v_j \|u_j\| \rightarrow \infty \forall x \in \Omega$. Ahora tomemos $u_j = s_j \varphi_1 + w_j$ con $s_j = \int_\Omega u_j \varphi_1 dx \geq 0$ y $\int_\Omega w_j \varphi_1 dx = 0$. Por tanto,

$$\begin{aligned} -\Delta u_j &= \lambda_j f(u_j + a) \\ -\Delta s_j \varphi_1 - \Delta w_j &= \lambda_j (m_\infty (u_j + a) + g(u_j + a)) \\ s_j \lambda_1 \varphi_1 - \Delta w_j &= \lambda_j (m_\infty (u_j + a) + g(u_j + a)) \end{aligned}$$

tomando φ_1 como función test, se tiene que

$$\begin{aligned} s_j \lambda_1 - \int_\Omega \Delta w_j \varphi_1 dx &= \lambda_j \int_\Omega (m_\infty (u_j + a) \varphi_1 dx + \lambda_j \int_\Omega g(u_j + a) \varphi_1 dx \\ s_j \lambda_1 - \int_\Omega \Delta w_j \varphi_1 dx &= \lambda_j m_\infty s_j + \lambda_j m_\infty a \int_\Omega \varphi_1 dx + \lambda_j \int_\Omega g(u_j + a) \varphi_1 dx \end{aligned}$$

pero

$$\begin{aligned} \int_\Omega \Delta w_j \varphi_1 dx &= \int_\Gamma \partial_\nu w_j \varphi_1 ds - \int_\Omega \nabla w_j \nabla \varphi_1 dx \\ &= - \int_\Omega \nabla w_j \nabla \varphi_1 dx \\ &= \int_\Omega \Delta \varphi_1 w_j dx - \int_\Gamma \partial_\nu \varphi_1 w_j ds \\ &= \int_\Omega \Delta \varphi_1 w_j dx \\ &= -\lambda_1 \int_\Omega \varphi_1 w_j dx = 0 \end{aligned}$$

por tanto

$$s_j \lambda_1 = \lambda_j m_\infty s_j + \lambda_j m_\infty a \int_{\Omega} \varphi_1 dx + \lambda_j \int_{\Omega} g(u_j + a) \varphi_1 dx$$

así, dividiendo la ecuación anterior por m_∞ se tiene que

$$s_j \lambda_\infty = \lambda_j s_j + \lambda_j a \int_{\Omega} \varphi_1 dx + \frac{\lambda_j}{m_\infty} \int_{\Omega} g(u_j + a) \varphi_1 dx$$

puesto que $\lambda_\infty < \lambda_j$

$$\begin{aligned} 0 > s_j(\lambda_\infty - \lambda_j) &= \lambda_j a \int_{\Omega} \varphi_1 dx + \frac{\lambda_j}{m_\infty} \int_{\Omega} g(u_j + a) \varphi_1 dx \\ &\Rightarrow \int_{\Omega} g(u_j + a) \varphi_1 dx < 0 \end{aligned}$$

Por el Lema de Fatou se tiene que

$$\gamma' \int_{\Omega} \varphi_1 dx = \int_{\Omega} \liminf_{u_j \rightarrow \infty} g(u_j + a) \varphi_1 \leq \liminf_{u_j \rightarrow \infty} \int_{\Omega} g(u_j + a) \varphi_1 < 0$$

lo que es una contradicción con el hecho que $\gamma' > 0$.

Una demostración similar se puede hacer cuando se asume que $\gamma'' < 0$. \square

Lema 2.0.15. *Supongamos que existe $\alpha > 0$ tal $f(s+a) \geq \alpha s$. Entonces $\Lambda = \frac{\lambda_1}{\alpha} > 0$ es tal que el problema*

$$\begin{aligned} -\Delta u &= \lambda f(u+a) & x \in \Omega \\ u &= 0 & x \in \partial\Omega \end{aligned}$$

no tiene soluciones positivas para $\lambda > \Lambda$. Además $L_{0,a} = L_{\infty,a}$.

Demostración. Si (λ, u) es tal que

$$\begin{aligned} -\Delta u &= \lambda f(u+a) & x \in \Omega \\ u &= 0 & x \in \partial\Omega \end{aligned}$$

entonces

$$-\Delta u = \lambda f(u+a) \geq \lambda \alpha u$$

multiplicando por φ_1 e integrando, encontramos que

$$\lambda_1 \int_{\Omega} u \varphi_1 dx \geq \lambda \alpha \int_{\Omega} u \varphi_1 dx$$

Puesto que $u > 0$ se sigue que $\lambda \leq \frac{\lambda_1}{\alpha} = \Lambda$.

Además, por el hecho que λ_∞ es el único punto de bifurcación de infinito y la rama de bifurcación de cero es no acotada, por lo demostrado anteriormente se tiene que $L_{0,a}$ tiene que cortar a $L_{\infty,a}$. \square

Teorema 2.0.16. *Supongamos que $f'_+(a) = m_\infty$. Si existe $\epsilon > 0$ tal que*

$$g(s) \leq -m_\infty a \quad \forall s \in (a, a + \epsilon)$$

entonces la bifurcación de cero del Teorema 0.0.5 es a la derecha.

Demostración. Sea $(\lambda_n, u_n) \in \mathbb{R}^+ \times X$ una sucesión de soluciones del problema

$$\begin{aligned} -\Delta u &= \lambda f(u+a) & x \in \Omega \\ u &= 0 & x \in \partial\Omega \end{aligned}$$

con $\lambda_n \rightarrow \lambda_0 = \frac{\lambda_1}{f'_+(a)}$ y $\|u_n\| \rightarrow 0$

Dividiendo la ecuación $u_n = \lambda_n(-\Delta)^{-1}[f(u_n + a)]$ por $\|u_n\|$, por el Lema 0.0.2 y del hecho que $(-\Delta)^{-1}$ es un operador compacto podemos hallar una subsucesión $(\frac{u_n}{\|u_n\|})$ tal que

$$\frac{u_n}{\|u_n\|} \longrightarrow v$$

más aún, se puede probar que $v = \varphi_1$.

Usando φ_1 como función test en el problema:

$$-\Delta u_n = \lambda_n m_\infty (u_n + a) + \lambda_n g(u_n + a)$$

se tiene que

$$\begin{aligned} -\Delta u_n \varphi_1 &= \lambda_n m_\infty (u_n + a) \varphi_1 + \lambda_n g(u_n + a) \varphi_1 \\ - \int_{\Omega} \Delta u_n \varphi_1 dx &= \lambda_n m_\infty \int_{\Omega} (u_n + a) \varphi_1 dx + \lambda_n \int_{\Omega} g(u_n + a) \varphi_1 dx \\ \int_{\Omega} \nabla u_n \nabla \varphi_1 dx - \int_{\partial\Omega} \partial_\nu u_n \varphi_1 ds &= \lambda_n m_\infty \int_{\Omega} (u_n + a) \varphi_1 dx + \lambda_n \int_{\Omega} g(u_n + a) \varphi_1 dx \\ \Rightarrow \int_{\Omega} \nabla u_n \nabla \varphi_1 dx &= \lambda_n m_\infty \int_{\Omega} (u_n + a) \varphi_1 dx + \lambda_n \int_{\Omega} g(u_n + a) \varphi_1 dx \end{aligned}$$

además, usando u_n como función test en el problema

$$-\Delta \varphi_1 = \lambda_1 \varphi_1$$

tenemos que

$$\begin{aligned} -\Delta \varphi_1 u_n &= \lambda_1 \varphi_1 u_n \\ - \int_{\Omega} \Delta \varphi_1 u_n dx &= \lambda_1 \int_{\Omega} u_n \varphi_1 dx \\ \int_{\Omega} \nabla u_n \nabla \varphi_1 dx - \int_{\partial\Omega} \partial_\nu \varphi_1 u_n ds &= \lambda_1 \int_{\Omega} u_n \varphi_1 dx \\ \Rightarrow \int_{\Omega} \nabla u_n \nabla \varphi_1 dx &= \lambda_1 \int_{\Omega} u_n \varphi_1 dx \end{aligned}$$

ahora, puesto que $(u_n + a)$ converge uniformemente a a , se tiene que $g(u_n + a) + m_\infty a \leq 0$, por tanto

$$m_\infty a \int_{\Omega} \varphi_1 dx + \int_{\Omega} g(u_n + a) \varphi_1 dx \leq 0$$

así

$$\begin{aligned} \lambda_1 \int_{\Omega} u_n \varphi_1 dx &= \lambda_n m_\infty \int_{\Omega} (u_n + a) \varphi_1 dx + \lambda_n \int_{\Omega} g(u_n + a) \varphi_1 dx \\ (\lambda_1 - \lambda_n m_\infty) \int_{\Omega} u_n \varphi_1 dx &= \lambda_n m_\infty a \int_{\Omega} \varphi_1 dx + \lambda_n \int_{\Omega} g(u_n + a) \varphi_1 dx \leq 0 \\ (\lambda_1 - \lambda_n m_\infty) \int_{\Omega} u_n \varphi_1 dx &\leq 0 \end{aligned}$$

se deduce que

$$\lambda_0 = \frac{\lambda_1}{m_\infty} \leq \lambda_n$$

□

APLICACIONES

PROBLEMAS ELÍPTICOS NO LINEALES CON CONDICIONES DIRICHLET NO HOMOGÉNEAS.

En esta parte del trabajo enunciaremos algunos resultados de existencia de soluciones, para el problema:

$$(2.0.7) \quad \begin{aligned} -\Delta u &= \lambda f(u) & \text{en } \Omega \\ u &= h & \text{en } \partial\Omega \end{aligned}$$

donde Ω es un subconjunto abierto y acotado de \mathbb{R}^n ($n \geq 2$), $u := u(x)$ con $x \in \Omega$, $\lambda > 0$, $f \in C^1(\mathbb{R}^+, \mathbb{R})$, además supondremos que h es una función no negativa, acotada, $h \neq 0$.

Para ello se hará uso de algunos de los resultados obtenidos en el capítulo anterior, además se tratará de aplicar el teorema de sub y supersoluciones.

Para facilitar el trabajo, tomaremos el cambio de variable $v = u - \gamma$, así

$$\begin{aligned} -\Delta u &= -\Delta v - \Delta \gamma = \lambda f(v + \gamma) & \text{en } \Omega \\ u &= v + \gamma = h & \text{en } \partial\Omega \end{aligned}$$

Por tanto al problema anterior lo podemos separar en:

$$(2.0.8) \quad \begin{aligned} -\Delta \gamma &= 0 & x \in \Omega \\ \gamma &= h & x \in \partial\Omega \end{aligned}$$

y

$$(2.0.9) \quad \begin{aligned} -\Delta v &= \lambda f(v + \gamma) & x \in \Omega \\ v &= 0 & x \in \partial\Omega \end{aligned}$$

Así, nuestro trabajo se centrará en resolver el problema (2.0.9).

Puesto que h es una función no negativa, acotada y $h \neq 0$, por el Principio de Máximo se tiene que la solución γ del problema (2.0.8) satisface:

$$\gamma > 0 \quad \forall x \in \Omega$$

y así

$$0 < a = \min_{x \in \partial\Omega} h(x) \leq \gamma(x) \leq \max_{x \in \partial\Omega} h(x) = b$$

Se considerará nuevamente que

$$f(s) = m_\infty s + g(s), \quad m_\infty > 0, \quad g \in C^{0,\alpha}(\mathbb{R}^+, \mathbb{R}), \quad |g(s)| \leq k$$

además $f(s) \geq 0$ para todo $s \in [0, a]$.

Teorema 2.0.17. *Supongamos que $f \in C^1(\mathbb{R}^+, \mathbb{R})$ es una función creciente en $[a, \infty[$ y $f(a) = 0$. Si existe $\tau > 0$ tal que $\tau a \geq b$ y*

$$g(\tau v + \gamma) \leq \tau g(v + a)$$

para toda solución v de (0.0.1). Entonces para cada $\lambda \in \Gamma_{0,a}$, existe al menos una solución no trivial del problema (2.0.9). Más aún, para cada solución (λ, u) del problema (2.0.9) existe una solución $(\lambda, v) \in L_{0,a}$ tal que

$$v < u \leq \tau v \quad \forall x \in \Omega$$

Demostración. Ya que $f(a)=0$ y como

$$a + h > a \quad \Rightarrow \quad f(a + h) > 0$$

donde $h \in \mathbb{R}^+$, se tiene que

$$f'_+(a) = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(a+h) - f(a)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0^+} \frac{f(a+h)}{h} > 0$$

así por el Teorema 0.0.5, $\lambda_0 = \frac{\lambda_1}{f'_+(a)}$ es un punto de bifurcación del problema (0.0.1) y por tanto tiene sentido hablar de $\lambda \in \Gamma_{0,a}$.

Para todo lo que sigue en la demostración tomemos $(\lambda, v) \in L_{0,a}$, por lo tanto

$$\begin{aligned} -\Delta v &= \lambda f(v+a) & x \in \Omega \\ v &= 0 & x \in \partial\Omega \end{aligned}$$

pero como

$$v+a \leq v+\gamma \quad \Rightarrow \quad f(v+a) \leq f(v+\gamma)$$

se tiene que

$$\begin{aligned} -\Delta v &\leq \lambda f(v+\gamma) & x \in \Omega \\ v &\leq 0 & x \in \partial\Omega \end{aligned}$$

lo que indica que v es una subsolución de (2.0.9).

Puesto que existe $\tau > 0$ tal que $\tau a \geq b \geq \gamma$ y

$$g(\tau v + \gamma) \leq \tau g(v + a)$$

se tiene que

$$\begin{aligned} \tau m a + \tau g(v+a) &\geq m\gamma + g(\tau v + \gamma) \\ \tau m v + \tau m a + \tau g(v+a) &\geq \tau m v + m\gamma + g(\tau v + \gamma) \\ \tau [m(v+a) + g(v+a)] &\geq m(\tau v + \gamma) + g(\tau v + \gamma) \\ \Rightarrow \quad \tau f(v+a) &\geq f(\tau v + \gamma) \end{aligned}$$

Por tanto,

$$\begin{aligned} -\Delta \tau v &= \tau(-\Delta v) = \tau \lambda f(v+a) \geq \lambda f(\tau v + \gamma) & x \in \Omega \\ \tau v &\geq 0 & x \in \partial\Omega \end{aligned}$$

lo que indica que τv es una supersolución del problema (2.0.9).

Ya que $\tau a \geq b > a$ se tiene que $\tau > 1$, por lo tanto $v \leq \tau v \forall x \in \Omega$, así existe una solución u del problema (2.0.9) tal que $v \leq u \leq \tau v$. \square

El siguiente resultado nos permitirá conocer el comportamiento de las soluciones del problema (2.0.9).

Lema 2.0.18. *Las soluciones halladas en el Teorema 2.0.17 convergen hacia $(\lambda_0, 0)$.*

Demostración. Puesto que $\lambda_0 = \frac{\lambda_+}{f'_+(a)}$ es un punto de bifurcación de cero para el problema (0.0.1), por definición existe una sucesión $(\lambda_n, v_n) \in \mathbb{R}^+ \times C(\overline{\Omega})$ tal que $\lambda_n \rightarrow \lambda_0$ y $\|v_n\|_\infty \rightarrow 0$ donde (λ_n, v_n) satisface

$$\begin{aligned} -\Delta v_n &= \lambda_n f(v_n + a) & x \in \Omega \\ v_n &= 0 & x \in \partial\Omega \end{aligned}$$

además por el Teorema anterior, para cada v_n puedo hallar una solución u_n del problema (2.0.9) tal que $u_n \leq \tau v_n$ ctp Ω y así

$$\|u_n\|_\infty \leq \tau \|v_n\|_\infty \rightarrow 0$$

por tanto hemos hallado una sucesión (λ_n, u_n) tal que $\lambda_n \rightarrow \lambda_0$, $\|u_n\|_\infty \rightarrow 0$ donde (λ_n, u_n) satisface el problema (2.0.9). \square

Ahora, al igual que lo hecho para la bifurcación de cero, lo que se tratará de hacer es buscar soluciones del problema (2.0.9) que converjan a (λ_∞, ∞) , donde λ_∞ es el único punto de bifurcación del problema (0.0.1).

Teorema 2.0.19. *Supongamos que se satisfacen las hipótesis del Teorema 1.0.11 y f es una función creciente en $[a, \infty[$. Si existe $\tau > 0$ tal que $\tau a \geq b$ y*

$$g(\tau v + \gamma) \leq \tau g(v + a)$$

para toda solución v de (0.0.1). Entonces para cada $\lambda \in \Gamma_{\infty, a}$, existe al menos una solución no trivial del problema (2.0.9). Más aún, para cada solución (λ, u) del problema (2.0.9) existe una solución $(\lambda, v) \in L_{\infty, a}$ tal que

$$v < u \leq \tau v \quad \forall x \in \Omega$$

Demostración. La demostración es similar a la realizada en el Teorema 2.0.17. \square

Lema 2.0.20. *Las soluciones halladas en el Teorema 2.0.19 convergen hacia (λ_∞, ∞) .*

Demostración. La demostración es similar a la realizada en el Lema 2.0.18. \square

BIBLIOGRAFÍA

- [1] Ambrosetti, A., Hess, P.: Positive solutions of Asymptotically Linear Elliptic Eigenvalue Problems. Journ. of Math. Anal. and Appl.
- [2] Ambrosetti, A., Malchiodi, A.: Nonlinear Analysis and Semilinear Elliptic Problems. Cambridge.
- [3] Arcoya, D.: Topological methods and differential equations II. ICTP, Trieste 2006.
- [4] Brzis, H.: Functional Analysis, Theory and applications. Alianza Editorial.
- [5] Brown, R.F.: A Topological Introduction to Nonlinear Analysis, 2nd Edition, Birkhauser 2004.

- [6] Calahorrano, M., Dobarro, F.: Multiple solutions for Inhomogeneous Elliptic Problems Arising in Astrophysics. Math. Mod. and Meth. in App. Sc.
- [7] Folland, G.: Introduction to Partial Differential Equations. Second Edition, Princeton University.
- [8] Nirenberg, L.: Topics in Nonlinear Functional Analysis. AMS.
- [9] Ortega, R.: Degree theory and boundary value problems. ICTP, Trieste 2006.

Miguel Angel Yangari Sosa
Escuela Politécnica Nacional
Email: m6297.angelito@hotmail.com

MODELOS DE OPTIMIZACIÓN DE PORTAFOLIOS: UN ESTUDIO COMPARATIVO BASADO EN SIMULACIONES COMPUTACIONALES

Jaime E. Fernández R.

Escuela Politécnica Nacional

Mayo 7, 2008

1. Introducción

Un portafolio de inversión dictamina la forma en que un cierto monto de capital se asigna para comprar un conjunto específico de acciones que se negocian en un mercado de valores. Debido a que las cotizaciones de las acciones varían de acuerdo a fluctuaciones no previsibles del mercado, el valor total del portafolio cambia a lo largo del tiempo. El problema de optimizar un portafolio es un problema bicriterio en el que intervienen dos objetivos contrapuestos: aumentar la ganancia esperada y minimizar el riesgo de pérdidas debido a caídas en las cotizaciones de las acciones. Se han propuesto algunos modelos y algoritmos para optimizar portafolios, siendo el más conocido un modelo cuadrático planteado por Markowitz a mediados del siglo pasado que busca minimizar el riesgo del portafolio, mientras se garantiza un cierto nivel de ganancia. Posteriormente se han propuesto diversos modelos alternativos, que pueden ser de tipo lineal, no lineal, determinísticos, estocásticos, y emplear otros paradigmas como maximizar la ganancia esperada sujeta a un cierto nivel de riesgo, o incluso optimizar una combinación parametrizada de ganancia y riesgo.

La simple observación de la literatura actual y de la práctica de la inversión financiera nos permite comprobar el profundo y duradero impacto de la innovación producida por el trabajo de Markowitz. Sin embargo, su contribución específica más notoria consistió en el desarrollo de un método de selección de inversiones para un único período, en un contexto de incertidumbre y para inversionistas con aversión al riesgo: el enfoque ahora conocido como *media - varianza*. El resultado más importante del enfoque de Markowitz es que permite deducir combinaciones de activos (portafolios) que simultáneamente cumplen con dos condiciones:

(a) tienen la varianza mínima dentro de todas las combinaciones posibles que tienen un rendimiento esperado dado y

(b) tienen el rendimiento esperado máximo dentro de todas las combinaciones posibles que tienen una varianza dada.

Aquellas combinaciones que reúnen estos dos atributos se llaman *portafolios eficientes* y el conjunto de portafolios eficientes es conocido como la *frontera de portafolios eficientes*. Los portafolios eficientes *dominana* todos los que no lo son y por ello este resultado reduce drásticamente el número de posibilidades de inversión a escoger por un inversionista hostil al riesgo y que toma una decisión de manera racional, es decir, considerando los parámetros de riesgo y rendimiento.

2. Retorno y riesgo

Al hablar de inversiones y rentabilidad, no se puede dejar de mencionar al riesgo, al cual hasta ahora lo hemos tratado de una manera superficial, asumiendo la concepción básica que se tiene del mismo. Previo a la formulación matemática, en esta sección se establecerán de manera más precisa las definiciones de rentabilidad y riesgo.

El retorno es una medida de la ganancia obtenida sobre una inversión en un período de tiempo dado. Se expresa a través de tasas de rendimiento. Consideremos una acción S en el período $0, \dots, T$. Sean $S(0)$ y $S(T)$ los precios de la acción en los instantes 0 y T , respectivamente.

La cantidad

$$p_T = \frac{S(T) - S(0)}{S(0)} \quad (1)$$

se denomina **retorno simple** o **aritmético** en el período $0, \dots, T$.

La cantidad

$$r_T = \ln \frac{S(T)}{S(0)} \quad (2)$$

se denomina **log retorno** o **retorno geométrico** en el período $0, \dots, T$.

El retorno de un activo está afectado por dos tipos de riesgos: un riesgo propio o “específico” que depende de las características específicas de la entidad o empresa emisora, naturaleza de sus actividad productiva, competencia de la gerencia, solvencia financiera, etc. este tipo de riesgo se conoce también como “no sistemático o diversificable” y un segundo tipo de riesgo, llamado “sistemático o de Mercado”, que no depende de las características individuales del título, sino de otros factores (coyuntura económica general) que inciden sobre el comportamiento de los precios en el mercado de valores. A este segundo tipo de riesgo también se lo denomina como “no diversificable” ya que no será posible eliminarlo mediante la diversificación, dada la correlación existente entre la rentabilidad del título en cuestión con las rentabilidades de otros títulos a través del índice bursátil al cuál están asociados, el mismo que resume la evolución del mercado.

La mayor parte de medidas del riesgo que se manejan en selección de cartera se pueden englobar en la fórmula,

$$L_\alpha(\tau, T) = \int_{-\infty}^T |R - T|^\alpha dF(R) \quad (3)$$

donde $F(R)$ es la función de distribución de los retornos, T es el nivel mínimo aceptable, nivel de desastre, o un objetivo preestablecido para los mismos, que incluso puede ser un índice, τ puede ser ∞ si la medida es de dominio global o puede ser T si es una medida de dominio parcial, y $\alpha \in [0, \infty[$ es un parámetro de importancia relativa de las desviaciones, tal que $\alpha > 1$ supone aversión al riesgo, y para dominio estocástico de grado n se exige que $\alpha \geq n - 1$. Sin embargo, existen medidas del riesgo que no quedan recogidas directamente en dicha fórmula, como las medidas lineales-cuadráticas por subdominios ([5]), que además toma como $\tau = T$ el máximo rendimiento.

Actualmente, con la integración de los grandes centros financieros del mundo, los inversionistas pueden acceder a la información diaria y en tiempo real relacionada con los diferentes instrumentos financieros con miras a estructurar sus carteras de la mejor manera posible. Como consecuencia, la investigación en el campo de la optimización de portafolios ha crecido notablemente, lo que se revela en la cantidad de modelos propuestos hasta la fecha. Examinaremos en esta tesis algunos de los más comunes, y estudiaremos su comportamiento sobre instancias reales. Exploraremos además los resultados obtenidos al combinar ideas de algunos modelos en un nuevo algoritmo de optimización.

El análisis técnico de valores pretende pronosticar las variaciones futuras de un valor bursátil basándose exclusivamente en la observación de la evolución histórica de sus cotizaciones. A diferencia del análisis fundamental, éste no estudia las variables económicas, sino los movimientos que se han producido en las cotizaciones de un título dentro de la dinámica del mercado.

Dentro del análisis técnico existen varios modelos y métodos para la construcción de un portafolio óptimo. A continuación se mencionan los modelos que fueron objeto de este estudio por ser considerados de mayor importancia, tanto por su contenido teórico, como por su aplicabilidad en el mundo financiero:

- Modelo cuadrático de Markowitz [7].
- Modelo lineal de Konno [6].
- Modelo lineal de Cai [1].
- Modelo lineal de Teo [1].
- Modelo con restricciones de dominación estocástica [2].
- Modelo modificado de Konno.

3. Modelo cuadrático de Markowitz

El retorno $R(x)$ de una inversión con riesgo es una variable aleatoria, el valor esperado $E(R(x))$ hará referencia a este valor. La varianza $Var(R(x))$ será una medida conveniente de riesgo. En algunas circunstancias la desviación estandar $\sigma(R(x)) = (Var(R(x)))^{1/2}$ de los retornos es una medida de riesgo más conveniente dependiendo de la acción a analizar. Una forma conveniente de comparar estas dos medidas es calcular $Var(aR(x))$ y $\sigma_a(R(x))$ pues $Var(aR(x)) = a^2 Var(R(x))$ y $\sigma_a(R(x)) =$

$|a|\sigma(R(x))$ para $a \in \mathbb{R}$. Luego, dependiendo de la variable aleatoria y que medida se utilice el riesgo será mayor o menor.

Sean R_1, R_2, \dots, R_n las variables aleatorias que representan los retornos de las acciones $1, 2, \dots, n$. Asumimos que $E[|R_j|] = r_j < \infty$ para $j = 1, \dots, n$. El objetivo es invertir el capital en estas acciones de tal forma que se obtenga el mayor retorno total de la inversión. Notando por x_1, x_2, \dots, x_n las fracciones del capital invertido en las acciones $1, 2, \dots, n$, respectivamente, el retorno total está dado por:

$$R(x) = R_1x_1 + R_2x_2 + \dots + R_nx_n. \quad (4)$$

Claramente, el conjunto de todas las posibles asignaciones para las acciones, al que llamaremos *conjunto factible* es:

$$X = \{x \in \mathbb{R}^n : x_1 + x_2 + \dots + x_n = 1, x_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n\}$$

Notemos por $\mu \in \mathbb{R}^n$ al vector de los retornos esperados de las acciones, $\Sigma \in \mathbb{R}^{n \times n}$ su matriz de varianzas-covarianzas.

Al momento de optimizar un portafolio con el modelo de Markowitz es necesaria la elección de la función objetivo, teniéndose así la posibilidad de:

- maximizar el retorno esperado(media) del portafolio sujeto a una cota superior para el riesgo, o
- minimizar el riesgo fijando una cota inferior para el retorno esperado.

Este enfoque se conoce como *optimización media-riesgo* o *media-varianza*.

El modelo original de Markowitz asume que μ y Σ son conocidos.

Sea R_0 el retorno mínimo aceptado, entonces, basándonos en la segunda forma de elegir la función objetivo. Notando por R al mínimo retorno aceptado, el modelo determinístico de Markowitz basado en el enfoque media-varianza es:

$$(MM) \begin{cases} \text{mín } x^t \Sigma x \\ \text{s.a.} \\ \mu^t x \geq R_0 \\ \sum_{j=0}^n x_j = 1 \\ x \in \mathbb{R}^{n+1} \end{cases}$$

4. Modelos lineales

4.1. Modelo de Konno

Definición 1. La desviación absoluta se define de la siguiente manera:

$$l_1(x) = E\left|\sum_{i=1}^n R_i x_i - E\left[\sum_{i=1}^n R_i x_i\right]\right| \quad (5)$$

Sea M_0 el capital que dispone el inversor. Sea ρ la tasa de retorno mínimo requerida. Sea μ_i el monto máximo a invertirse en el activo i , $i = 1, 2, \dots, n$. En primera instancia, no se venden acciones, es decir, $x_i \geq 0$, $i = 1, 2, \dots, n$.

Notemos por:

$$S = \{x = (x_1, \dots, x_n) : \sum_{j=1}^n r_j x_j \geq \rho M_0, 0 \leq x_j \leq \mu_j, j = 1, 2, \dots, n\}$$

El modelo de Konno consiste en minimizar la desviación absoluta $l_1(x)$ sobre el conjunto de soluciones con tasas de retorno esperadas mayores o iguales ρ :

$$(MK) \begin{cases} \text{mín} & w(x) = E \left| \sum_{j=1}^n R_j x_j - E \left(\sum_{j=1}^n R_j x_j \right) \right| \\ \text{s.a.} & \\ & x \in S \end{cases}$$

Como claramente se observa, la función objetivo del modelo es no lineal, por lo cual se realiza una transformación para expresarlo de la siguiente manera:

$$(MKL) \begin{cases} \text{mín} & w(x) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t \\ \text{s.a.} & y_t \geq \sum_{j=1}^n (r_{jt} - r_j) x_j, t = 1, \dots, T \\ & y_t \geq - \sum_{j=1}^n (r_{jt} - r_j) x_j, t = 1, \dots, T \\ & x \in S \end{cases}$$

Aquí r_j es el retorno esperado del j -ésimo activo. r_{jt} es la tasa de retorno del j -ésimo activo durante el período t .

Es evidente que no es necesario calcular la matriz de varianzas covarianzas y el número de restricciones se ve directamente afectado por el número de períodos de estudio.

4.2. Modelo de Cai

Cai ([1]) propone un nuevo modelo de riesgo basado en MAD introduciendo la regla *minimax* en el modelo de selección de portafolio.

Definición 2. La función de riesgo de desviación absoluta máxima $l_\infty(x)$ está dada por

$$l_\infty(x) = \max_{1 \leq i \leq n} E |R_i x_i - E(R_i) x_i| \quad (6)$$

Esta función mide el máximo de los riesgos individuales de cada activo.

$$(MC) \begin{cases} \text{mín} & l_\infty(x) = \max_{1 \leq i \leq n} E |R_i x_i - E(R_i) x_i| \\ \text{s.a.} & \\ & x \in S \end{cases}$$

Este modelo puede ser transformado a un modelo lineal de la forma:

$$(MCL) \left\{ \begin{array}{l} \text{mín } y \\ \text{s.a.} \\ q_j x_j \leq y, j = 1, \dots, n \\ x \in S \end{array} \right.$$

Donde $q_j = E|R_j - r_j|$, $j = 1, \dots, n$, el cual es la desviación absoluta esperada de R_j de su media. Obviamente, si la distribución de cada variable aleatoria R_j es dada, esta función está explícitamente determinada. Los datos históricos también pueden ser utilizados para estimar r_j y q_j .

El modelo de Cai que utiliza l_∞ y las técnicas relacionadas son fáciles de manipular e implementar en la práctica. Más aún, la selección del portafolio óptimo no involucra las correlaciones entre los activos, por lo cual es similar al modelo de Konno, y el número de restricciones de este modelo está determinado por el número de activos.

4.3. Modelo de Teo

Definición 3. La función de riesgo alternativa $H_\infty^T(x)$ se define por:

$$H_\infty^T(x) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \max_{1 \leq i \leq n} E|R_{it}x_i - r_{it}x_i| \quad (7)$$

Donde las R_{it} son variables aleatorias y r_{it} sus esperanzas, para $t = 1, 2, \dots, T$, $i = 1, 2, \dots, n$.

Teo propone esta función como una extensión de $l_\infty(x)$ asumiendo que se tienen datos históricos disponibles de T períodos de tiempo. En cada período se calcula la desviación absoluta individual con respecto al valor esperado en ese período. Así, el riesgo total del portafolio se toma como el promedio de los máximos de las desviaciones absolutas individuales de todas las acciones en todos los períodos pasados.

$$(MT) \left\{ \begin{array}{l} \text{mín } H_\infty^T(x) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T \max_{1 \leq i \leq n} E|R_{it}x_i - r_{it}x_i| \\ \text{s.a.} \\ x \in S. \end{array} \right.$$

Al igual que para el modelo de Cai, este modelo se puede transformar en uno lineal con la siguiente forma:

$$(MTL) \left\{ \begin{array}{l} \text{mín } \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t \\ \text{s.a.} \\ a_{jt}x_j \leq y_t, t = 1, \dots, T, j = 1, \dots, n \\ x \in S \end{array} \right.$$

Donde $a_{jt} = E|R_{jt} - E(R_{jt})|$, $j = 1, \dots, n$, $t = 1, \dots, T$. Obviamente, el número de restricciones está determinado por el número de activos y el número de períodos, por lo cual, si n o T son demasiado grandes, el tiempo de respuesta, computacionalmente hablando, podría también hacerse grande.

4.4. Modelo alternativo basado en el modelo de Konno

Como se dijo previamente, existen modelos de selección de cartera que optimizan una combinación lineal de la esperanza del retorno del portafolio y su varianza. Konno utiliza una función de riesgo alternativa a la varianza clásica, conocida como desviación semi-absoluta, de la cual se deriva un problema de optimización lineal. La propuesta es crear un modelo que se basa en los supuestos del modelo de Konno, pero que optimiza una combinación lineal del retorno esperado del portafolio y la transformación lineal de la desviación semi-absoluta del mismo. Además se escoge el parámetro λ por medio de exploración exhaustiva con el criterio de maximizar el rendimiento promedio del portafolio. Se simulan valores para λ entre 0.05 y 1, incrementando en 0.05 su valor en cada paso.

Con estos antecedentes, el modelo propuesto es

$$(MKM) \left\{ \begin{array}{l} \text{mín} - \sum_{j=1}^n r_j x_j + \lambda \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T y_t \\ \text{s.a.} \\ y_t \geq \sum_{j=1}^n (r_{jt} - r_j) x_j, \quad t = 1, \dots, T \\ y_t \geq - \sum_{j=1}^n (r_{jt} - r_j) x_j, \quad t = 1, \dots, T \\ \sum_{j=1}^n x_j = M_0 \\ 0 \leq x_j \leq \mu, \quad j = 1, \dots, n \\ \sum_{j=1}^n x_j = 1 \end{array} \right.$$

donde M_0 es el capital total disponible y μ es el capital máximo a destinarse a una acción individual. La demás notación es la misma que se utilizó en la descripción del modelo de Konno.

5. Modelo con restricciones de dominación estocástica

La idea fundamental de la dominación estocástica consiste en comparar entre sí las variables aleatorias que representan los retornos utilizando funciones de rendimiento construidas a partir de sus funciones de distribución de probabilidad.

Para una variable aleatoria V , la función de rendimiento F_2 está dada por áreas bajo la curva de la función de distribución F ,

$$F_2(V; \eta) = \int_{-\infty}^{\eta} F(V; \xi) d\xi, \quad \eta \in \mathbb{R}. \quad (8)$$

y define la relación débil de la dominación estocástica de segundo orden (SSD).

Definición 4. Se dice que una variable aleatoria V que representa un retorno domina estocásticamente en segundo orden a otra variable aleatoria S que representa un retorno, y notamos $V \succeq_{SSD} S$, si:

$$F_2(V; \eta) \leq F_2(S; \eta), \quad \forall \eta \in \mathbb{R}.$$

La relación de dominación estricta correspondiente, \succ_{SSD} se define en la forma usual: $V \succ S$ si y solo si $V \succeq S$ y $S \not\succeq V$ (Ver [8], [3], [4]).

Cambiando el orden de integración podemos expresar la función $F_2(V; \cdot)$ como el déficit esperado, para cada valor de η se tiene:

$$F_2(V; \eta) = E[(\eta - V)_+], \quad (9)$$

donde $(\eta - V)_+ = \max(\eta - V, 0)$. La función $F_2(V; \cdot)$ es continua, convexa, no negativa y no decreciente. Además está bien definida para toda variable aleatoria V con esperanza finita.

En el contexto de la optimización de portafolios, debemos considerar las relaciones de dominación estocástica entre variables aleatorias que representan retornos de la forma

$$R(x) = R_1x_1 + R_2x_2 + \dots + R_nx_n. \quad (10)$$

Decimos que un portafolio x domina estocásticamente en segundo orden a un portafolio y ($R(x) \succ_{SSD} R(y)$), si:

$$F_2(R(x); \eta) \leq F_2(R(y); \eta), \quad \forall \eta \in \mathbb{R}.$$

se cumple con desigualdad estricta para algún η . Cabe recordar que las variables aleatorias que representan a los retornos individuales R_i tienen esperanza finita, por lo cual la función $F_2(R(x); \cdot)$ está bien definida.

Un portafolio x se llama *SSD-eficiente* en un conjunto de portafolios X si no existe $y \in X$ tal que $R(y) \succ_{SSD} R(x)$.

Sea $X = \{x \in \mathbb{R}^n : \sum_{i=1}^n x_i = 1, x_i \geq 0, i = 1, \dots, n\}$.

El punto de partida del modelo consiste en asumir la existencia de una variable aleatoria referencial Y que representa a un retorno con esperanza finita. Este puede tener la forma $Y = R(\bar{z})$, para algún portafolio referencial \bar{z} . Se plantea luego la búsqueda de un nuevo portafolio x que sea preferible sobre Y en el sentido de la dominación estocástica de segundo orden. Con tal objetivo, introducimos el siguiente problema de optimización:

$$(MRDE) \left\{ \begin{array}{l} \text{máx } f(x) \\ \text{s.a.} \\ R(x) \succeq_{SSD} Y \quad ((MRDE)-1) \\ x \in X \end{array} \right.$$

Donde $f : X \rightarrow \mathbb{R}$ es un funcional continuo cóncavo. En particular, podemos utilizar

$$f(x) := E[R(x)]$$

sin perder generalidad, debido a la presencia de la restricción de dominación $(MRDE)_1$ ($R(x) \succeq_{SSD} Y$) del problema planteado.

Proposición 1. *Asumamos que Y tienen una distribución discreta con escenarios posibles y_i , $i = 1, 2, \dots, m$. Entonces la relación de dominación $(MRDE)_1$ es equivalente a*

$$E[(y_i - R(x))_+] \leq E[(y_i - Y)_+], \quad i = 1, 2, \dots, m. \quad (11)$$

Asumamos ahora que los retornos tienen distribuciones discretas con escenarios posibles r_{jt} , $t = 1, \dots, T$, $j = 1, \dots, n$, cada uno con una probabilidad asociada p_t . Entonces la formulación de la relación de dominación estocástica $(MRDE)_1$ respecto a 11 se simplifica más aún. Si introducimos variables s_{it} que representan el déficit de $R(x)$ por debajo de y_i en el escenario t , $i = 1, \dots, m$, $t = 1, \dots, T$, obtenemos el siguiente resultado:

Proposición 2. *Asumamos que R_j , $j = 1, \dots, n$ tienen una distribución conjunta discreta, y que Y tiene también una distribución discreta. Entonces el problema $(MRDE)$ es equivalente al problema:*

$$(MRDEL) \left\{ \begin{array}{l} \text{máx } E[R(x)] \\ s.a. \\ \sum_{j=1}^n x_j r_{jt} + s_{it} \geq y_i, \quad i = 1, \dots, m, \quad t = 1, \dots, T \quad (MRDEL)_1 \\ \sum_{t=1}^T p_t s_{it} \leq F_2(Y; y_i), \quad i = 1, \dots, m \quad (MRDEL)_2 \\ s_{it} \geq 0, \quad i = 1, \dots, m, \quad t = 1, \dots, T \quad (MRDEL)_3 \\ x \in X \end{array} \right.$$

6. Estudio comparativo

6.1. Selección de modelos a estudiar

En primera instancia se llevó a cabo una investigación exhaustiva de los modelos existentes en la literatura especializada para seleccionar portafolios óptimos de un conjunto de acciones.

Una vez recopilada toda la información, se seleccionaron aquellos modelos que se consideraron de mayor importancia, bien sea por su valor histórico debido a los avances que representaron dentro de este campo de estudio, o porque son los más utilizados hoy en día.

Finalmente, en esta fase, se propuso un modelo alternativo que surgió como una modificación a uno de los modelos lineales que revolucionó la optimización de portafolios hace aproximadamente una década, el modelo de Konno y Yamazaki.

6.2. Implementación

Ya seleccionados los modelos que serían objeto de nuestro estudio, se consideraron aspectos concernientes a la implementación de cada uno de ellos. De entre varias alternativas, se decidió emplear

el entorno de programación Matlab. Usando los solvers descritos ya en el capítulo respectivo, seis modelos fueron implementados: Markowitz, Konno, Cai, Teo, Estocástico y el modelo modificado de Konno.

Una vez implementados, se realizaron numerosas pruebas para comprobar la estabilidad de los algoritmos, depurar errores, y verificar la consistencia en los resultados que se obtuvieron.

6.3. Selección de instancias

Se inició posteriormente la fase de recopilación de la información que permitiría estructurar las instancias con las que se realizarían las pruebas computacionales. El objetivo inicial de la investigación era aplicar este estudio comparativo a empresas que forman parte de la Bolsa de Valores de Quito. Sin embargo, las condiciones no fueron las ideales para cumplir con este objetivo, razón por la cual se decidió trabajar con empresas que cotizan en la Bolsa de Nueva York (NYSE) y que forman parte del índice promedio Dow Jones industrial (DJIA), y con empresas del sector tecnológico y financiero que cotizan sus acciones en NASDAQ.

A continuación se detallan las 30 empresas que forman parte del DJIA:

- 3m Co.
- Alcoa, Inc.
- American Express Company.
- American International Group, Inc.
- AT&T, Inc.
- Bank of America Corporation.
- Boeing Co.
- Caterpillar, Inc.
- Chevron Corp.
- Citigroup, Inc.
- E,I, du Pont de Nemours and Company.
- Exxon Mobil Corp.
- General Electric Company.
- General Motors Corporation.
- Hewlett-Packard Co.
- Intel Corporation.

- International Business Machines.
- Johnson & Johnson.
- JP Morgan & Chase Co.
- McDonald's Corporation.
- Merck & Co, Inc.
- Microsoft Corporation.
- Pfizer, Inc.
- The Coca-Cola Company.
- The Home Depot, Inc.
- The Procter & Gamble Company.
- United Technologies Corporation.
- Verizon Communications.
- Wal-Mart Stores, Inc.
- Walt Disney Company (The) (Holding Company).

Empresas del sector tecnológico en Nasdaq:

- CISCO SYSTEMS
- HEWLETT PACKARD CO
- IBM
- INTEL CORP
- MICROSOFT
- AMAZON
- APPLIED MATERIALS
- DELL
- EBAY
- MICROCHIP TECH
- APPLE
- GOOGLE

- LEAPROG

- YAHOO

Empresas del sector financiero en Nasdaq:

- ALFACORP.

- ALTERA CORP.

- AMERICAN CAPITAL STRATEGIES.

- AMERICAN NATIONAL INSURANCE CORP.

- ARCH CAPITAL GROUP.

- ASSOCIATED BANK CORP.

- BANKFIRST.

- BANKUNITED CORP.

- BROOKLINE BANCORP.

- ADVANTA CORP.

- BANK MUTUAL CORPORATION.

- BANK OF AMERICA CORPORATION.

6.4. Pruebas computacionales

Se decidió dividir las tres instancias iniciales, las cotizaciones entre enero de 2005 y diciembre de 2007 de las acciones del DJIA, del sector financiero de NASDAQ y del sector tecnológico de NASDAQ, en seis instancias de acuerdo con el siguiente criterio: al analizar los gráficos de las cotizaciones de las acciones de la gran mayoría de las empresas seleccionadas, se observó que en el último trimestre del año 2007 la tendencia generalizada era a la baja, debido entre otros factores, a la inestabilidad y la recesión que atraviesa la economía norteamericana, mercado al cuál pertenecen las bolsas de valores escogidas. Se pudo además observar que en el último trimestre del año 2006, la tendencia generalizada de las cotizaciones era la inversa, se podía ver un claro crecimiento en ellas. En consecuencia, se decidió trabajar los dos años por separado. Las seis instancias obtenidas fueron:

1. Cotizaciones de las empresas del DJIA entre enero de 2005 y diciembre de 2006.
2. Cotizaciones de doce de las más grandes empresas del sector financiero que negocian sus valores en NASDAQ entre enero de 2005 y diciembre de 2006.
3. Cotizaciones de catorces de las más grandes empresas del sector tecnológico que negocian sus valores en NASDAQ entre enero de 2005 y diciembre de 2006.

4. Cotizaciones de las empresas del DJIA entre enero de 2006 y diciembre de 2007.
5. Cotizaciones de doce de las más grandes empresas del sector financiero que negocian sus valores en NASDAQ entre enero de 2006 y diciembre de 2007.
6. Cotizaciones de catorce de las más grandes empresas del sector tecnológico que negocian sus valores en NASDAQ entre enero de 2006 y diciembre de 2007.

Las pruebas consistieron en formar portafolios de inversión a finales del mes de septiembre del segundo año (2006 o 2007, según sea el caso) con cada uno de los modelos implementados. Posteriormente, se aplicó una estrategia en-línea para reestructurar la cartera de inversiones diariamente durante el último trimestre del período de análisis correspondiente en base a los cambios en los precios de las acciones y tomando en cuenta los costos que dicha reestructuración diaria del portafolio generarían.

Para evaluar la calidad de las soluciones obtenidas con cada modelo, se calculó el promedio del valor neto del portafolio durante todo el trimestre.

Es evidente que el principal interés de un inversionista al momento de estructurar su cartera de inversiones es lograr la mayor rentabilidad (rendimiento) con el menor riesgo posible, objetivos aparentemente contrapuestos. Este es el motivo por el cual las conclusiones y recomendaciones de esta investigación van orientadas en ese sentido, análisis de rendimiento y riesgo del portafolio estructurado en cada instancia con cada uno de los modelos.

La Tabla 1 resume los resultados principales obtenidos en cada instancia con cada uno de los modelos implementados:

- En cada instancia, los modelos están ordenados descendientemente de izquierda a derecha de acuerdo al rendimiento promedio obtenido con cada uno de ellos.
- PROM es el valor neto promedio en el período de análisis en línea.
- D.E. es la desviación estándar de los valores netos del período.
- MAX es el valor neto máximo obtenido.
- MIN es el valor neto mínimo.
- RANG es la diferencia entre el valor neto máximo y mínimo en el período.
- CAI, TEO, MKWTZ, KNN, KNN M y STSCO se leen como en el capítulo de resultados.

Cuadro 1: Resumen de estadísticos principales

DOWJONES 2006						
	TEO	CAI	MKWTZ	KNN M	KNN	STSCO
PROM	103644,0	103603,7	102750,2	102667,2	102667,2	102190,7

D.E.	1614,4	1446,0	1538,4	1571,4	1571,4	2372,3
MAX	106584,3	106051,4	105104,6	105061,6	105061,6	107498,9
MIN	99794,5	99822,7	99750,5	99736,6	99736,6	97617,3
RANG	6789,8	6228,8	5354,1	5324,9	5324,9	9881,6
DOWJONES 2007						
	KNN M	TEO	MKWTZ	STSCO	CAI	KNN
PROM	100130,7	98589,6	98113,3	97520,1	97332,3	97274,4
D.E.	1833,5	2099,8	1944,3	2865,8	2819,4	2351,4
MAX	103324,2	101788,3	100845,6	101433,2	102026,1	100938,8
MIN	95876,2	93336,7	93257,9	90272,0	91294,7	91777,5
RANG	7448,0	8451,6	7587,8	11161,2	10731,5	9161,2
NASDAQ-TEC 2006						
	MKWTZ	KNN M	STSCO	KNN	CAI	TEO
PROM	109594,3	109589,5	109483,9	109229,2	108826,8	107536,1
D.E.	3740,7	3834,8	3887,7	3649,7	3832,5	3344,9
MAX	114084,2	115035,6	115182,5	113688,3	113372,6	111969,5
MIN	100593,7	99770,9	100760,6	100559,3	100371,5	99559,0
RANG	13490,5	15264,6	14421,9	13129,0	13001,1	12410,5
NASDAQ-TEC 2007						
	STSCO	TEO	CAI	KNN	KNN M	MKWTZ
PROM	102776,9	98854,1	98667,7	98036,6	98036,6	95563,8
D.E.	4107,2	3116,4	3429,5	3922,5	3922,5	4502,9
MAX	109087,8	104390,9	104326,0	104621,5	104621,5	102844,0
MIN	92436,3	92006,4	91163,8	91344,9	91344,9	87865,4
RANG	16651,5	12384,4	13162,2	13276,6	13276,6	14978,5
NASDAQ-FIN 2006						
	STSCO	TEO	CAI	KNN M	KNN	MKWTZ
PROM	105928,5	104656,3	104538,4	102842,4	102842,4	102739,2
D.E.	2710,4	2338,6	2384,3	1241,6	1241,6	1236,3
MAX	110961,6	108375,2	108462,8	105676,3	105676,3	105635,6
MIN	99689,7	99379,7	99339,0	99902,1	99902,1	99911,8
RANG	11271,9	8995,4	9123,9	5774,2	5774,2	5723,8
NASDAQ-FIN 2007						
	KNN M	TEO	KNN	MKWTZ	STSCO	CAI
PROM	94930,2	94154,3	94089,7	93374,6	91095,8	89327,6
D.E.	4132,8	4398,4	4379,9	4762,5	6284,5	6898,3
MAX	102906,1	103399,5	102538,9	102648,4	102099,8	102213,7

MIN	88162,6	88032,2	87676,7	86587,4	82257,1	80381,2
RANG	14743,5	15367,3	14862,2	16061,1	19842,7	21832,5

La Tabla 2 muestra los modelos que mejor se ajustan a cada instancia, dentro de cada uno de los siguientes parámetros:

- PROM: Valor neto promedio más alto del portafolio.
- D.E.: Menor desviación estándar de los valores netos del portafolio.
- MAX: Máximo rendimiento sobre la inversión en el período.
- MIN(+): Valor más alto de entre los mínimos obtenidos con cada uno de los modelos.
- RANG: Menor rango de los valores netos obtenidos con cada uno de los modelos, obtenido como la diferencia entre el máximo y el mínimo respectivos.
- MIN(-): Valor más bajo de entre los mínimos obtenidos con cada uno de los modelos.

Los cinco primeros estadísticos analizados reflejan características de bondad en el comportamiento de los modelos, a diferencia de el último, que refleja características no deseables para un inversionista.

La codificación de las instancias es la siguiente:

- DJ06: Empresas del Dow Jones industrial durante el último trimestre de 2006.
- DJ07: Empresas del Dow Jones industrial durante el último trimestre de 2007.
- NT06: Empresas del sector tecnológico en NASDAQ durante el último trimestre de 2006.
- NT07: Empresas del sector tecnológico en NASDAQ durante el último trimestre de 2007.
- NF06: Empresas del sector financiero en NASDAQ durante el último trimestre de 2006.
- NF07: Empresas del sector financiero en NASDAQ durante el último trimestre de 2007.

Cuadro 2: Modelos con mejor comportamiento en cada instancia

	DJ06	DJ07	NT06	NT07	NF06	NF07
PROM	TEO	KNN M	MKWTZ	STSCO	STSCO	KNN M
D.E.	CAI	KNN M	TEO	TEO	MKWTZ	KNN M
MAX	STSCO	KNN M	STSCO	STSCO	STSCO	TEO
MIN(+)	CAI	KNN M	STSCO	STSCO	MKWTZ	KNN M
RANG	KNN M	KNN M	TEO	TEO	MKWTZ	KNN M
<i>MIN(-)</i>	<i>STSCO</i>	<i>STSCO</i>	<i>TEO</i>	<i>MKWTZ</i>	<i>CAI</i>	<i>CAI</i>

7. Conclusiones

En las instancias que pertenecen al último trimestre del año 2006, cuyo denominador común es la tendencia creciente en los precios de las acciones, se tienen resultados bastante heterogéneos y muy poco concluyentes respecto a la superioridad de las soluciones obtenidas con uno u otro modelo. Esto contrasta con las instancias que pertenecen al último trimestre del año 2007, en las cuales la tendencia de los precios es decreciente, y en todos los casos el modelo de Konno modificado produce soluciones claramente superiores a las soluciones obtenidas con los demás modelos.

El análisis de las empresas que forman parte del índice Dow Jones refleja que, bajo tendencias crecientes de los precios de las acciones de dichas empresas (último trimestre del año 2006), el modelo que produce el mejor rendimiento es el modelo de Teo, siendo ésta la única instancia en la cual dicho modelo tiene el mejor comportamiento en cuanto al rendimiento. Respecto a los otros parámetros, no existe un patrón de comportamiento uniforme que permita emitir juicios de valor consistentes.

En la segunda instancia de las empresas del Dow Jones industrial, cuando las tendencias de las cotizaciones de las acciones participantes en este índice están a la baja, el modelo con el que se obtuvieron los mejores resultados fue el modelo de Konno modificado (KNN M), propuesto por el autor de esta investigación. Este modelo no solamente tiene el mejor rendimiento promedio, sino que tiene las menores medidas de dispersión; desviación estándar y rango. Además, con este modelo se obtuvieron los valores máximos de los rendimientos promedio y también los valores más altos de entre los mínimos obtenidos con todos los modelos. Este es el único modelo que obtiene, al menos para una instancia de prueba, los mejores resultados respecto a todos los indicadores analizados.

Otra instancia donde el modelo de Konno modificado obtiene resultados particularmente buenos es la que considera las empresas del sector financiero en NASDAQ en el último trimestre del año 2007. Con excepción de MAX, donde el modelo ocupa el segundo lugar detrás del modelo de Teo, KNN M consigue nuevamente los mejores valores para cada indicador.

El modelo que utiliza restricciones de dominación estocástica (STSCO) arroja los mejores rendimientos promedio del portafolio en dos instancias; NASDAQ-TEC 2007 Y NASDAQ-FIN 2006. Sin embargo, en ninguna de las dos instancias mencionadas se obtienen buenos resultados para los es-

tadísticos de dispersión D.E. y RANG. Por el contrario, estos valores están entre los más altos, en comparación con los valores obtenidos con los otros modelos. Este hecho nos permite concluir que si bien se obtienen rendimientos bastante altos en determinados puntos del período, también en algunos puntos se obtienen rendimientos bastante bajos.

Esta investigación permite reafirmar el hecho que ya muchos investigadores habían notado en los últimos años, y es que si bien el modelo original cuadrático de Markowitz revolucionó el mundo de las finanzas hace ya casi medio siglo, y sentó las bases teóricas para el desarrollo de la optimización de portafolios, en la actualidad ha perdido terreno en cuanto a su aplicabilidad. En casi ninguna de las instancias probadas, el modelo obtuvo resultados comparativamente buenos.

El único modelo para el cuál el tiempo de cómputo representa un aspecto a considerar es el modelo de Teo, En una corrida en línea (aproximadamente 63 iteraciones) se demoró 693 minutos, debido a que el número de restricciones crece de acuerdo al producto del número de activos participantes por el número de filas de la matriz de datos (número de días considerados en los datos históricos). En todos los demás modelos, el tiempo de cómputo para cada instancia es inferior está entre uno y dos minutos.

Referencias

- [1] X.Q. Cai, K.L. Teo, X.Q. Yang, and X.Y. Zhou. Portfolio optimization under a minimax rule. *Management Science*, 46:957–972, 2000.
- [2] Darinka Dentcheva and Andrzej Ruszczyński. Portfolio optimization with stochastic dominance constraints. Technical report, 2003.
- [3] J. Hadar and W. Russell. Rules for ordering uncertain prospects. *American Economic Review*, (59):25–34, 1969.
- [4] G. Hanoch and H. Levy. The efficiency analysis of choices involving risk. *Review of Economic Studies*, (36):335–346, 1969.
- [5] A.J. King. Modeling risk measures for portfolio optimization. *Operations Research*, (8):179–188, 1995.
- [6] H. Konno. Portfolio optimization using l1 risk function. *IHSS*, 88(9), 1988.
- [7] Harry Markowitz. Portfolio selection. *Finance*, 7:77–91, 1952.
- [8] M. Rothschild and J. E. Stiglitz. Increasing risk: I. a definition. *Economic Theory*, (2):225–243, 1969.

**EL ESCALAMIENTO ÓPTIMO CON BASE EN EL ANÁLISIS DE
COMPONENTES PRINCIPALES NO LINEALES PARA LA CONSTRUCCIÓN
DE ÍNDICES DE CONDICIONES DE VIDA Y SOCIOECONÓMICOS.
APLICACIÓN EN EL ÁMBITO NACIONAL.**

Jesús Eloy Tapia López

Carrera de Ingeniería Matemática
Facultad de Ciencias
Escuela Politécnica Nacional
APARTADO 17-01-2759
Quito-Ecuador
jtapial81@hotmail.com

RESUMEN

En este trabajo se realiza un análisis de las variables que describen las condiciones de vida, tenencia de bienes y acceso a servicios del Censo de Población y Vivienda 2001; y de las de la Encuesta de Condiciones de Vida 2005-2006, a través de la construcción de indicadores; usando el Análisis de Componentes Principales no lineal, los índices sintetizan la información de un conjunto de variables en una sola medida. Se determinó que un indicador que mide necesidades o carencias es el complemento de otro indicador que mide satisfacción o acceso a bienes o servicios.

Las cuantificaciones óptimas calculadas sirven como línea de base para realizar comparaciones con distintas fuentes de información, en este caso se comparan los valores del Censo de Población y Vivienda 2001, con los de la Encuesta de Vida 2005 - 2006.

Además los resultados del Análisis de Componentes Principales no lineal se comparan con los obtenidos usando el Análisis de Componentes Principales lineal para el caso del Censo del 2001 y se encontró que los indicadores construidos con el Análisis de Componentes Principales no lineal discriminan mejor que un índice elaborado en base al análisis clásico.

ABSTRACT

This thesis undertakes an analysis of the variables that measure living conditions, household goods and access to public services in Ecuador's 2001 National Population and Housing Census and 2006 Living Standards Measurement Survey in order to create country-wide summary social indicators. The analysis uses Nonlinear Principal Components Analysis which synthesizes the information of a group of variables in a single measure.

It was determined that an indicator that measures basic human needs or lack of such needs is the complement of an indicator that measures satisfaction or access to household goods or services.

The resulting optimal values can be used as a base line for future comparisons with similar indicators derived from other sources of statistical data, much in the same way as the census and survey results were compared in this exercise.

In addition, the results of the nonlinear principal components analysis were compared with those obtained using lineal principal components analysis for the census data. The results showed that indicators constructed with the first method are able to differentiate social conditions better than those resulting from the classic analysis.

1. INTRODUCCIÓN

El presente trabajo describe el Escalamiento Óptimo, más específicamente el Análisis de Componentes Principales no lineal y realiza una aplicación del método en cuestión con los datos del Censo de Población y Vivienda del 2001 y

con los de la Encuesta de Condiciones de vida 2005-2006.

El proyecto surge con la necesidad de crear mecanismos (índices) que discriminen a los hogares y a los individuos de la población por sus características de condición de vida, o por la tenencia de bienes y acceso a servicios, dado que

realizar una segmentación por la variable ingreso puede llevar a errores sobre todo por su poca confiabilidad, debido que en general las personas no son muy sinceras al momento de proporcionar dicha información.

Los índices creados serán una fuerte herramienta en el análisis de la población ecuatoriana en campos como la economía, sociología y la investigación de mercados ya que en general la gente tiene ciertos parámetros de comportamiento con respecto a cada segmento socioeconómico en los campos anteriormente mencionados.

Las variables cualitativas de condiciones de vida en general son de más fácil acceso debido a que, por ejemplo, en el Censo de Población y Vivienda del 2001, el registro de bienes y servicios al que tiene acceso un hogar y consecuentemente los miembros del mismo podría hacerse inclusive por simple observación del investigador; otro tipo de variables como el nivel educativo de los miembros del hogar y otras variables que miden las cualidades de un hogar son más confiables que las variables ingreso y gasto, lo que para una segmentación de la población sería importante contar esta información.

Una solución para el manejo de esta información de tipo cualitativa es asignar valores a cada una de las categorías de las variables, y observar que hogares o individuos tienen cualidades similares con respecto a un conjunto de variables, y esto se puede realizar con un consenso de expertos y realizar las asignaciones mencionadas. Pues bien esto puede funcionar en un número reducido de individuos, pero ya dentro de un grupo de hogares o personas mucho más amplio y con la heterogeneidad que existe en un número grande de individuos este tipo de procedimientos pueden llevar a calificaciones subjetivas o erróneas de la población.

Es por esto que se utiliza la técnica de Análisis de Componentes Principales no lineal que trabaja con variables cualitativas asignando cuantificaciones numéricas a las categorías, realizando una transformación de dichas variables con la propiedad de tener la máxima correlación lineal entre las variables transformadas.

La metodología del Análisis de Componentes para la estimación de parámetros utiliza el método de Mínimos Cuadrados Alternantes; primero, cuantificando las categorías de las variables de modo de maximizar la correlación entre las variables y segundo, utilizando estas cuantificaciones para estimar los parámetros del análisis de componentes principales lineal.

Se presenta entonces una descripción del Escalamiento Óptimo y del método de los Mínimos Cuadrados Alternantes y se profundiza en el método de Análisis de Componentes Principales no lineal en su parte teórica, para luego pasar a una aplicación práctica del modelo con la construcción de índices, utilizando las bases de datos mencionadas anteriormente.

Cabe señalar que en la construcción de índices se consideran fundamentalmente características del jefe de hogar y variables de acceso a servicios del hogar. Además se incluye la ubicación geográfica del hogar, dada por su ubicación y sea en el área urbana o rural.

Adicionalmente se presenta un análisis que determinará si un índice que mide las necesidades básicas insatisfechas es o no el complemento de otro indicador que mide en cambio las necesidades básicas satisfechas. Se resalta este punto debido a la controversia que se ha dado en esto, puesto que utilizando otros procedimientos se han dado resultados contradictorios.

Con respecto a la implementación del modelo, se utiliza el programa estadístico SPSS, el cual usa el algoritmo llamado PRINCALS desarrollado por el departamento de Teoría de Datos de la Universidad de Leiden en Holanda, el cuál nos entrega las cuantificaciones o ponderaciones óptimas de cada categoría dentro de cada variable y teniendo además la posibilidad de transformar dichas cuantificaciones a la escala que sea más útil, por ejemplo de cero a cierto valor dentro de cada variable, o de cero a cien utilizando en conjunto las ponderaciones de todas las variables usadas en el análisis.

2. ESCALAMIENTO ÓPTIMO.

Con la necesidad de trabajar con variables cuantitativas se han desarrollado un conjunto de técnicas basadas en lo que se ha dado por llamar "Escalamiento Óptimo", que se basa en la asignación de cuantificaciones numéricas a cada una de las categorías de las variables.

Las cuantificaciones se obtienen por el procedimiento de los mínimos cuadrados alternantes, con base en un proceso iterativo, utilizando las asignaciones previas para estimar las siguientes, hasta converger a la solución.

El proceso iterativo de los mínimos cuadrados alternantes, se realiza en dos pasos, en el primer paso se calcula una base óptima para los valores dados de la transformación, en el segundo paso se

calculan nuevos valores para las transformaciones óptimas para la base calculada en el primer paso.

Este proceso que en cada iteración consta de los dos pasos mencionados anteriormente se conoce como Escalamiento Óptimo, porque las transformaciones son escogidas de tal manera que estas minimizan la función de pérdida.

En el sentido del análisis no lineal si contamos con un modelo basado en un conjunto finito de desigualdades o sea el caso de un número finito de ecuaciones que deben cumplirse para el modelo, entonces expresamos la pérdida midiendo el incumplimiento de un determinado número de inequaciones o ecuaciones y el objeto de minimizar la pérdida es reducir el número de violaciones o no cumplimientos en determinado procedimiento.

Supongamos que contamos con una matriz de datos $n \times m$ y que las m variables son divididas en k subconjuntos, llamamos a la intersección de los k -subconjuntos como el encuentro (meet) y a la suma lineal que pertenece al espacio de todas las combinaciones lineales de k -vectores reunión (join); entonces la función de pérdida mide la falta de ajuste tanto de la reunión y del encuentro.

1.1.1 REUNIÓN Y ENCUENTRO (JOIN AND MEET)

Supongamos que W es el conjunto de todos los subespacios de R^n nosotros podemos ordenar parcialmente W diciendo que $W_1 \leq W_2$, si W_1 es un subespacio de W_2 . Nosotros podemos decir que W es completo a través de la definición de $MEET(W_1, W_2)$ que es la intersección de W_1 y W_2 y de $JOIN(W_1, W_2)$ que es la suma lineal de W_1 y W_2 (es decir que para todo $x \in R^n$ de la forma $x=y+z$ con $y \in W_1$ y con $z \in W_2$).

El encuentro (meet) de W_1 y W_2 es el subespacio más grande que contiene a ambos conjuntos y la reunión (join) de W_1 y W_2 es el subespacio más pequeño que contiene a los dos conjuntos mencionados.

Ahora bien si W_1, \dots, W_m son subespacios de R^n podemos también definir $MEET(W_1, \dots, W_m)$ y $JOIN(W_1, \dots, W_m)$, se puede también definir el rango de encuentro (MRK) de W_1, \dots, W_m a través de la dimensión (DIM) del subespacio conformado por la intersección de W_1, \dots, W_m es decir:

$$MRK(W_1, \dots, W_m) \equiv DIM(MEET(W_1, \dots, W_m)) \quad (1)$$

y consecuentemente podemos notar como el rango de reunión (JRK) a través de:

$$JRK(W_1, \dots, W_m) \equiv DIM(JOIN(W_1, \dots, W_m)) \quad (2)$$

Diremos que W_1, \dots, W_m tiene p -encuentros (p -meet) si $MRK(W_1, \dots, W_m) \geq p$ y que W_1, \dots, W_m tiene p -reuniones (p -join) si $JRK(W_1, \dots, W_m) \leq p$; una característica muy útil de estas definiciones es que no dependen de la base que se tome en R^n .

El problema de encuentro (meet problem) para el caso cualitativo es encontrar un subespacio W de R^n tal que $DIM(W)=p$ y $W=MEET(W_1, \dots, W_m)$; así dados W_1, \dots, W_m y dado un entero p con $1 \leq p \leq n$ se trata de encontrar un subespacio de dimensión p que aproximadamente contiene a todos los W_j .

Antes de introducir el término de función de pérdida, primeramente reformularemos nuestro problema en forma matricial, así supongamos que W_j es el subespacio de todas las combinaciones lineales de una matriz A_j la cual no es necesariamente la matriz indicador, entonces W_1, \dots, W_m tienen p -encuentros si y solo si existe una matriz $X_{n \times p}$ de rango p y matrices Y_j de dimensión $(k_j \times p)$ tal que:

$$X = A_1 Y_1 = \dots = A_m Y_m \quad (3)$$

Más aun, W_1, \dots, W_m tiene p -reuniones si y solo si existe una matriz $X_{n \times p}$ y matrices Y_j de dimensión $(k_j \times p)$ tal que:

$$A_j = X Y_j' \quad \text{para todo } j = 1, \dots, m \quad (4)$$

Si acoplamos las A_j en una matriz $(n \times \sum k_j)$ particionada A y los Y_j en una matriz Y de dimensión $\sum k_j \times p$; así podemos escribir (4) como:

$$A = XY' \quad (5)$$

Donde A es la matriz formulación, ahora bien nótese que no se requiere que X tenga rango p , ya que como se vio anteriormente basta que $RANK(X)=q < p$, entonces W_1, \dots, W_m tiene una p -reunión.

A través de la formulación matricial se nos es posible definir las funciones de pérdida de mínimos cuadrados, donde la función de pérdida de encuentro está definida por:

$$\sigma_M(X; Y, \dots, Y_{m1}) = m^{-1} \sum_j SSQ(X - A_j Y_j) \quad (6)$$

Los subespacios W_1, \dots, W_m tienen una p-reunión si y solo si el mínimo de la función de pérdida σ_M sobre cada Y_j y sobre todo X de rango p existe y es igual a cero; desde el punto de vista computacional esta condición no es útil, pero la forma más conveniente de cumplir con la condición mencionada, parte del hecho que W_1, \dots, W_m tiene un p-encuentro si y solo si el mínimo de σ_M sobre cada Y_j y sobre todo X satisface que $X'X=I$ existe, y dicho mínimo es igual a cero.

De la misma manera podemos definir la función de pérdida de reunión así:

$$\sigma_M(X; Y, \dots, Y_{m1}) = m^{-1} \sum_j SSQ(A_j - XY_j') \quad (7)$$

Nótese que existen importantes diferencias con σ_M , en primer lugar el particionamiento de la matriz A en submatrices A_j es innecesario para σ_j , claramente no para σ_M .

De hecho podemos escribir:

$$\sigma_M(X; Y) = m^{-1} \sum_j SSQ(A - XY') \quad (8)$$

La segunda diferencia está en que no se necesitan restricciones con respecto al rango de X , los subespacios tienen una p-reunión si y solo si el mínimo de σ_j sobre cada Y_j y sobre todo X es igual a cero; más aún este mínimo siempre se alcanzará y no siempre es igual a cero, otra forma de escribir la función de pérdida de reunión de la siguiente manera:

$$\sigma_j(X; Y) = m^{-1} \sum_j SSQ(a_j - Xy_j) \quad (9)$$

Donde la sumatoria se realiza sobre todas las columnas de la matriz A , de esta forma reducimos el problema de reunión a un subespacio de una sola dimensión.

Las funciones de pérdida son todas del tipo de mínimos cuadrados y tienen la propiedad de que estas son igual a cero para un valor particular de los parámetros si y solo si este valor es una solución perfecta para la correspondiente función de pérdida.

Como se dijo anteriormente el procedimiento de mínimos cuadrados alternantes se realiza en dos pasos, en el primero se encuentra una base óptima para los valores dados de las transformaciones y en el segundo paso calculamos nuevos valores

para las transformaciones óptimas para la base dada en el primer paso; al alternar estos pasos en cada iteración se produce un decrecimiento secuencial de los valores de la función de pérdida, la cual siempre converge porque la función de pérdida está acotada inferiormente por cero.

Bajo algunas condiciones de regularidad, podemos además probar que las bases y transformaciones convergen a valores correspondientes con un valor estacionario de la función de pérdida.

Y esta forma particular de calcular las transformaciones es llamada Escalamiento Óptimo, dado que las transformaciones son escogidas de tal manera que estas minimicen la función de pérdida.

Claro esta, el término óptimo no debe ser interpretado en sentido amplio, es decir no queremos decir que este procedimiento sea mejor que otros, sino que este es el mejor procedimiento en términos de la función de pérdida que nosotros escogimos.

3. PRINCIPALES TÉCNICAS DE APLICACIÓN

Dentro de las principales técnicas de aplicación del Escalamiento Óptimo, tenemos:

- Regresión categórica
- Análisis de homogeneidad o de correspondencias múltiples
- Escalamiento multidimensional
- Análisis de correlación canónica no lineal, y
- Análisis de componentes principales no lineales.

3.1 REGRESIÓN CATEGÓRICA

Predice los valores de una variable de respuesta categórica o nominal ordenada o no a partir de una combinación de variables predictivas cualitativas.

Regresiona las variables predictivas categóricas cuantificadas usando métodos de escalamiento óptimo de tal manera que estén máximamente relacionadas con variables respuestas numéricas, nominales y ordinales.

3.2 ANÁLISIS DE HOMOGENEIDAD O DE CORRESPONDENCIAS MÚLTIPLES

El análisis de homogeneidad en sentido más amplio se refiere a ciertos criterios para el análisis de datos multivariantes partiendo del hecho característico de optimización de homogeneidad de variables bajo varias formas de manipulación y simplificación.

Históricamente el término homogeneidad está estrictamente relacionada con la idea que varias variables pueden medir la misma cosa; suponiendo que esto es cierto la matriz de datos (suponiendo que las variables se encuentran normalizadas) pueden dar valores idénticos en cada columna o si dibujamos las observaciones como perfiles, cada uno de estos resultara en una línea horizontal.

Las variables miden la misma cosa pero con un error distinto, las columnas de la matriz de datos pueden tener elementos que varían de alguna manera.

3.3 ESCALAMIENTO MULTIDIMENSIONAL

Esta técnica es una generalización el Análisis de Componentes Principales, con la diferencia que en vez de contar de una matriz de individuos y de un grupo de variables se cuenta con una matriz de distancias o disimilitudes entre los elementos de un conjunto, es decir se cuenta con una matriz que mide similitudes o inversamente disimilitudes.

Estas distancias pueden obtenerse a partir de ciertas variables o como resultado de una estimación directa, por ejemplo consultando a un grupo de expertos.

Es decir a partir de la matriz de distancias se pretende obtener una matriz de un número determinado de variables para los individuos, básicamente el Escalamiento Multidimensional estudia las distancias en un grupo de individuos.

3.4 ANÁLISIS DE CORRELACIÓN CANÓNICA

El Análisis de Correlación Canónico estudia las relaciones entre dos grupos homogéneos, donde el primer grupo incluye p variables y el segundo q variables, con $p+q=k$.

Para esto consideremos que se tiene una matriz X de dimensión $(n \times p)$ que contiene las p variables, además consideremos una matriz Y de dimensión $(n \times q)$ que claro está contiene las q variables del otro grupo.

Para explicar en conjunto la relación entre los dos grupos de variables se estudia la matriz de covarianzas V con el total de las variables centradas; donde la matriz V puede ser simétrica donde no se da preferencia a ninguno de los grupos de variables para explicar el otro; o la matriz V puede ser asimétrica donde un conjunto de variables es utilizado para explicar el comportamiento del otro.

Para explicar la relación se considera que la matriz V es simétrica, para esto se busca un par de variables que resuman cada grupo y que estas tengan la máxima correlación, es decir se requiere encontrar:

$$x^* = X\alpha = \sum_{i=1}^p \alpha_i x_i \quad (1)$$

$$y^* = Y\beta = \sum_{j=1}^q \beta_j y_j \quad (2)$$

Se desea entonces encontrar los vectores α y β de tal manera que las nuevas variables x^* y y^* tengan como se dijo máxima correlación.

4. ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES NO LINEAL

El Análisis de Componentes Principales clásico reduce el conjunto original de variables a un conjunto más pequeño de componentes no correlacionados que capture la mayor parte de la información contenida en las variables originales.

Pero, que sucede cuando se cuenta con variables cualitativas o categóricas, por ejemplo, el nivel de aceptación de un producto, o si se necesita resumir un grupo de variables que califican (no cuantifican) para construir un índice que resuma las condiciones de acceso a bienes y servicios de una familia.

El análisis de las componentes principales no lineales, fue diseñado precisamente para dar una respuesta a esta última situación. La idea de este análisis es transformar las variables originales asignando valores a las categorías de cada una de las variables y luego correlacionarlas para caracterizar o analizar la estructura de los datos.

Este modelo multivariante se lo conoce también por los nombres de:

- (i) Análisis de componentes principales categóricos por escalamiento óptimo, o
- (ii) Análisis de componentes principales no métrico, o
- (iii) Análisis de componentes principales mediante mínimos cuadrados alternantes y, los

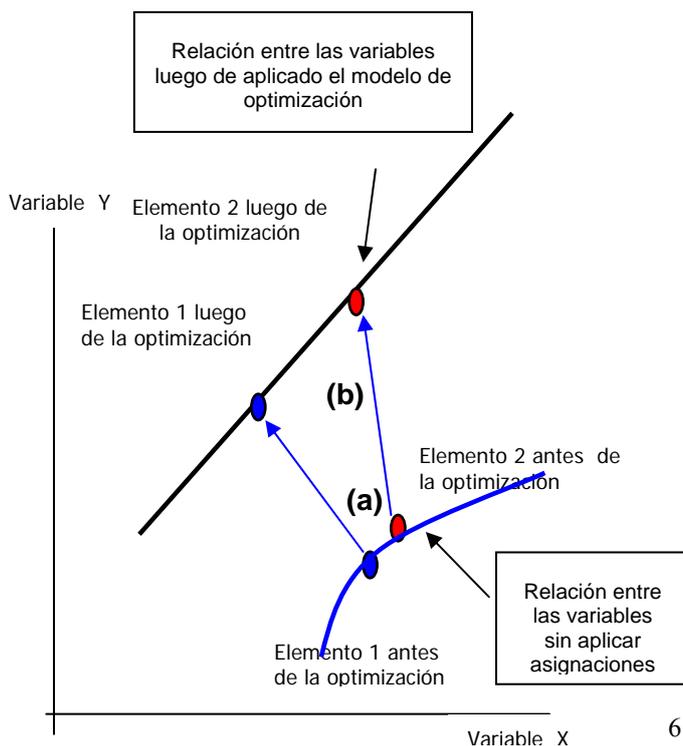
investigadores sociales en nuestro medio, le han dado por llamar como el (iv) “método de asignaciones óptimas” o “método de ponderaciones óptimas”.

Con la valoración de las variables cualitativas por este procedimiento, se logra también maximizar la correlación lineal entre las variables dadas, consiguiendo con esto transformar las variables cualitativas en variables cuantitativas, disponiendo así, de la mejor combinación lineal posible de las variables tratadas, sirviendo esto, por ejemplo, para la construcción de modelos de regresión (en donde interesa precisamente la linealidad), o poder discriminar o caracterizar mejor casos ambiguos, entre muchos otros análisis que se podrían efectuar.

En el gráfico 1 puede apreciarse la ventaja de valorar las variables, ya que generalmente al establecer un sistema de valoraciones o ponderaciones, sin ningún criterio técnico, se mantiene el problema de la subjetividad y también puede prestarse a manipulaciones.

Así, en la parte (a) del gráfico se muestra una relación común entre dos variables, que no puede discriminar adecuadamente a los elementos; mientras que aplicando el procedimiento de Análisis de Componentes Principales no lineal, se logra diferenciar mejor las condiciones entre los elementos, lo que se observa en la parte (b) del gráfico, logrando así la máxima correlación lineal y por ende todas las ventajas que ello implica en términos de sus usos y aplicaciones.

Gráfico 1



4.1 ALGORITMO RESOLUTIVO PARA EL MÉTODO PRINCALS

A continuación presentamos el algoritmo para el método PRINCALS:

Primer paso: Inicializamos con una matriz X de tal manera que se cumpla $u'X=0$ y $X'X=nI_p$

Segundo paso: Calculamos las cuantificaciones categóricas múltiples con:

$$\hat{Y}_j = D_j^{-1}G_jX, \text{ con } j \in J \quad (1)$$

Tercer paso: Se estiman los pesos:

$$\hat{a}_j = \hat{Y}_j D_j y_j / w_j, \text{ con } j \in J \quad (2)$$

Cuarto paso: Estimamos las cuantificaciones categóricas simples a través de:

$$\hat{y}_j = \hat{Y}_j a_j / v_j, \text{ con } j \in J \quad (3)$$

Quinto paso: Se relaciona el nivel de medida de la j -ésima variable realizando una regresión lineal o monótona según el caso.

Sexto paso: Se actualizan las cuantificaciones categóricas múltiples con:

$$\hat{Y}_j = \hat{Y}_j a_j' \text{ con } j \in J \quad (4)$$

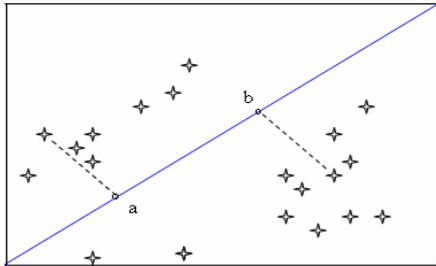
Séptimo paso: Se calculan las puntuaciones de los objetos:

$$X = J^{-1} \sum_{j=1}^J G_j Y_j \quad (5)$$

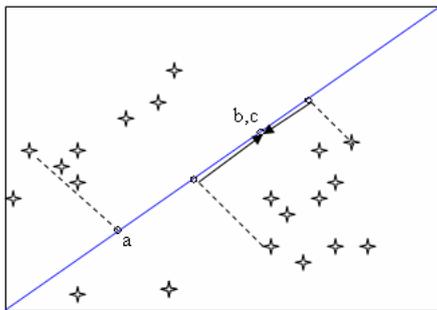
Octavo paso: Se centran las columnas y ortonormalizan la matriz de puntuaciones de los objetos.

Noveno paso: Se utiliza un criterio de convergencia el mismo que puede ser dado por el Análisis de Homogeneidad.

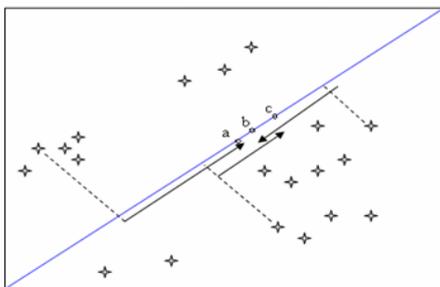
Al trabajar con variables nominales simples, cada una de estas puede ser proyectada en una línea, además las categorías se posicionan en la línea en cualquier orden, es decir se puede considerar para este caso al conjunto de categorías como una variable, gráficamente se tendría lo siguiente:



Para el caso de variables ordinales simples también las cuantificaciones se encuentran en una línea recta, pero además estas se encontraran ordenadas así:



Ahora si la variable se trata como una numérica simple las puntuaciones de las categorías deben seguir un orden y deben estar separadas por la misma distancia ya que estas variables constan orden y medida; más aún las soluciones por este procedimiento son encajadas, es decir no importa el espacio de la p solución contienen la misma información para cualquier p como se presenta en el siguiente gráfico:



4.2 RESULTADOS

A continuación se presentan las principales consecuencias o resultados que son de utilidad para el análisis de datos usando la técnica en discusión.

Uno de los resultados más importantes es el que el Análisis de Componentes Principales no lineal, garantiza la máxima correlación cuadrada media entre las variables recodificadas por las cuantificaciones categóricas y los componentes.

El procedimiento PRINCALS puede utilizar variables de tipo nominales múltiples, nominales simples, ordinales y numéricas; mientras que otros trabajan solo con variables ordinales discretas o continuas simples como es el caso del procedimiento MNNFAEX desarrollado por Roskam E. y la diferencia radica en la función de pérdida que se utiliza.

A diferencia del Análisis de Homogeneidad en el que las soluciones sobre las cuantificaciones categóricas no tienen restricciones, en el Análisis de Componentes Principales no lineal se incorporan restricciones sobre el orden y la medida de las variables.

Debemos anotar que el algoritmo de mínimos cuadrados alternantes calcula proyecciones sobre conos, si este cono es cerrado siempre existirá solución en un espacio de dimensión finita y si adicionalmente es un convexo la proyección es única.

Con la valoración de las categorías con base en este método, se logra maximizar la correlación lineal entre las variables dadas, consecuentemente se logra transformar las variables cualitativas en variables cuantitativas, es decir se cuenta con la mejor combinación lineal posible de las variables tratadas, sirviendo esto, por ejemplo, para la construcción de modelos de regresión (en donde interesa precisamente la linealidad), o poder discriminar o caracterizar mejor casos ambiguos, entre muchos otros análisis que se podrían efectuar.

Este procedimiento no garantiza que se produzcan mejores transformaciones que otros métodos en el sentido de la optimización como tal; sino que es mejor con respecto a la función de pérdida elegida para este mecanismo.

Y, finalmente es importante mencionar que a través de las cuantificaciones obtenidas pueden construirse índices o indicadores que recojan la

información de un conjunto de variables de interés.

5. APLICACIÓN CON EL CENSO DE POBLACIÓN Y VIVIENDA DEL 2001

Para la construcción del indicador usaremos una muestra del Censo que sea representativa con desglose provincial y así luego de construir el modelo con la muestra mencionada se reproducirá a nivel de toda la base de datos.

El hecho de que se tomen en cuenta inicialmente un conjunto de variables comunes no implica que estas sean las que formen parte del modelo definitivo, sino que se estudiará que variables son las que más aportan al modelo en construcción, de este modo las variables que se utilizarán inicialmente son:

- Tipo de Vivienda.
- Material predominante del techo de la vivienda.
- Material predominante de las paredes exteriores de la vivienda.
- Material predominante de piso de la vivienda.
- Cómo se obtiene el agua de la vivienda.
- De donde proviene el agua que recibe para la vivienda.
- Forma de eliminación de aguas negras o servidas.
- Posee servicio de luz eléctrica en la vivienda.
- Posee servicio telefónico para la vivienda.
- Método de eliminación de la basura.
- Hacinamiento.
- Principal combustible que se usa para cocinar.
- Tipo de servicio higiénico con el que cuenta la vivienda.
- Acceso a ducha en la vivienda.
- La vivienda es propia, arrendada, etc.
- Presencia de personas de 18 años y más analfabetas.
- Educación del jefe del hogar.

En el Anexo 2 se presenta la descripción de todas las variables mencionadas anteriormente.

5.1 SELECCIÓN DE LA MUESTRA

Como se mencionó inicialmente se tomará una muestra de los hogares del Censo de Población y Vivienda 2001 para construir el modelo y luego replicarlo en toda la base y obteniendo un índice,

que puede ser agregado a cualquier nivel geográfico.

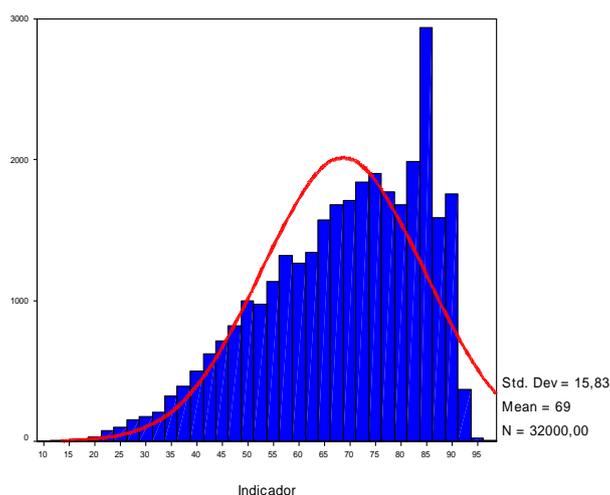
Para esto usaremos el método de muestreo aleatorio simple pero tomando en cuenta la representación de cada provincia en la muestra obtenida, el número de hogares y los pesos correspondientes se presentan en la tabla 4.1.1.1.

Se cuentan con 2887087 hogares de tal manera que usando muestreo aleatorio simple con más del 99% de confiabilidad, más precisamente con un error del 0,5% y con la máxima heterogeneidad $p=0.5$ se tiene una muestra de 37912 hogares, pero para efectos de practicidad utilizamos una muestra de 32000 hogares, así se asegura que en esta muestra se encuentre un comportamiento similar al del universo de hogares con respecto al conjunto de variables mencionadas.

La presencia de analfabetismo en el hogar se encuentra relacionada con el hacinamiento en el hogar y el tipo de tenencia de vivienda con la que cuenta el hogar.

Usando las cuantificaciones brindadas por el modelo, construimos el indicador, luego de 16 iteraciones con un ajuste total de 0,4468 y con una pérdida total de 1,5532, el modelo converge, teniendo nuestro indicador una asimetría negativa y adicionalmente el conjunto de valores tienden hacia una distribución Beta.

Gráfico 1



Todas las variables se relacionan positivamente con nuestro indicador a excepción de la variable que describe si la vivienda es propia o no, adicionalmente las variables que describen si en el hogar existen personas analfabetas o no y la que

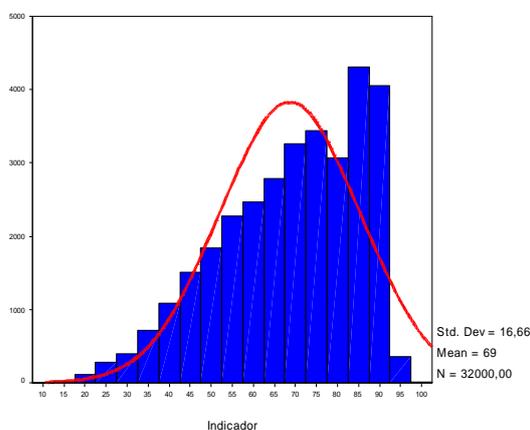
describe si en el hogar existe hacinamiento o no, son las que presentan correlaciones bajas.

Debemos notar que nuestro modelo es una medida positiva de las características del hogar, consecuentemente los valores más altos son los que se encuentran en mejores condiciones.

Así corriendo nuevamente el algoritmo sin la variable que se encuentra relacionada inversamente se obtuvieron las nuevas cuantificaciones óptimas las mismas que se calcularon en dieciséis iteraciones con un ajuste total de 0,4711 aumentando este valor con respecto al modelo inicial; y con relación a la pérdida total se determino que esta se redujo a 1,5289 mejorando el modelo en construcción.

En el gráfico 2 se muestra el comportamiento de nuestro indicador que indica una asimetría negativa y tiende hacia una distribución Beta; se puede observar la conformación de grupos más grandes para cada valor de nuestro índice, el siguiente paso es asignar los valores correspondientes a todos los hogares de la base y realizar una segmentación con el indicador construido en todo el conjunto de hogares.

Gráfico 2

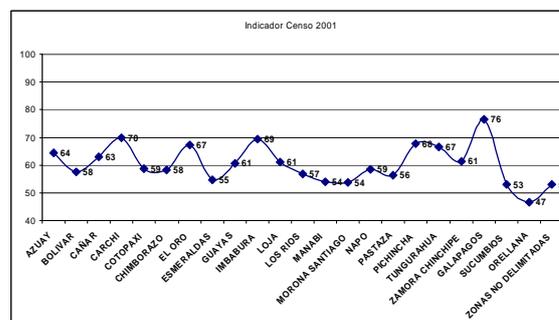


La replicación en toda la base se la realizó a nivel cantonal, así cantones como Rumiñahui (81,7), Quito (81,1) San Cristóbal en Galápagos (78) e Ibarra (77) los cantones que se encuentran en mejores condiciones.

Los cantones que se encuentran en peores condiciones son Taisha en Morona Santiago (31), Arajuno en Pastaza (40), Aguarico en Orellana (41) y Huamboya en Morona Santiago (42).

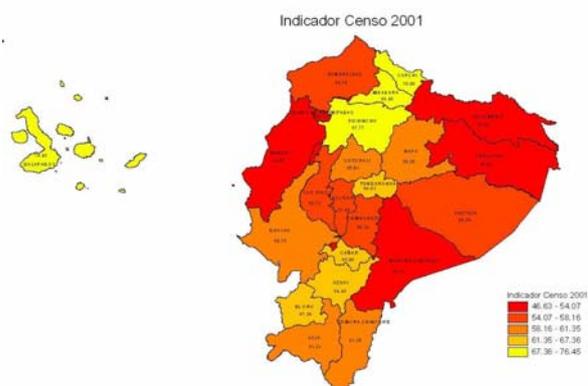
A nivel provincial se observa en el gráfico 3 que las provincias que están en mejores condiciones son Galápagos (76), Carchi (70), Imbabura (69) y Pichincha (68); las que se encuentran en peores condiciones son Orellana (47), Sucumbíos (53), Zonas No Delimitadas (53) y Morona Santiago (54).

Gráfico 3



Así también en el gráfico 4 se muestran los quintiles formados a partir del indicador, notándose que la amazonía presenta los valores más bajos, por ende peores condiciones.

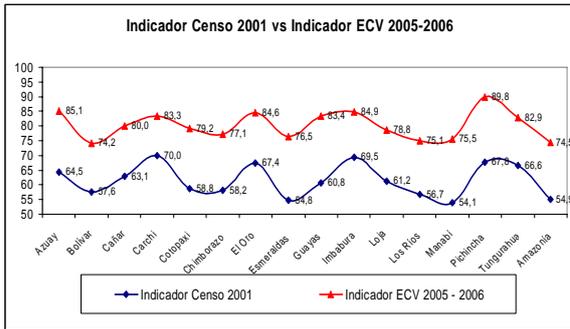
Gráfico 4



Se utilizan las cuantificaciones obtenidas en el modelo de la sección anterior para comparar el indicador obtenido con el Censo de Población y Vivienda 2001 con un nuevo índice a partir de la Encuesta de Condiciones de Vida 2005-2006; y a la vez utilizar dichas cuantificaciones óptimas como una línea de base para comparar las condiciones de vida en diferentes periodos pero con el mismo conjunto de variables.

Y en el gráfico 5 puede observarse como los indicadores tienen un comportamiento similar para cada provincia con respecto a las dos fuentes de información, observando un mejoramiento de las condiciones de vida a partir del año 2001.

Gráfico 5

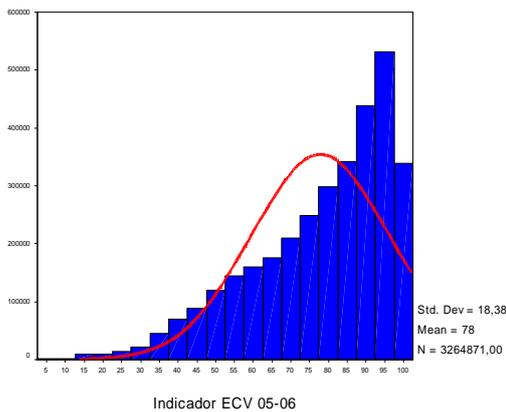


5.2 APLICACIÓN CON LA ENCUESTA DE CONDICIONES DE VIDA 2005 – 2006

Asignando las cuantificaciones óptimas a cada una de las categorías dentro de cada variable se tiene en el gráfico 1 la distribución de nuestro indicador de condiciones de vida, que al igual que el índice construido con el Censo es un puntaje positivo con respecto a las variables usadas tiene una mayor asimetría negativa lo que muestra el mejoramiento mencionado.

Además se tiene que la variable “forma de eliminación de aguas negras o servidas”, es la que más se encuentra relacionada con la medida de condiciones de vida, este indicador se ajusta más a una distribución Beta como se puede ver en el gráfico 1.

Gráfico 1



Si creamos quintiles usando nuestro indicador, puede observarse en el gráfico 2 que la provincia de Bolívar es la que peor se encuentra según la medida calculada. Pichincha, Azuay, El Oro e Imbabura son las que presentan mejores condiciones de vida; si comparamos el indicador calculado con el Censo, el calculado con base en las cuantificaciones óptimas del Censo pero usando Encuesta de Condiciones de Vida y el índice calculado usando las cuantificaciones óptimas obtenidas con la Encuesta de

Condiciones de Vida se puede ver en el gráfico 3 que las tendencias se siguen manteniendo, es decir se muestra un mejoramiento con respecto a las condiciones de vida pero las desigualdades se siguen manteniendo con el paso de los años lo que indica que en cinco años no se han tomado acciones más decisivas para ayudar a las provincias que se encuentran en peores condiciones.

Gráfico 2

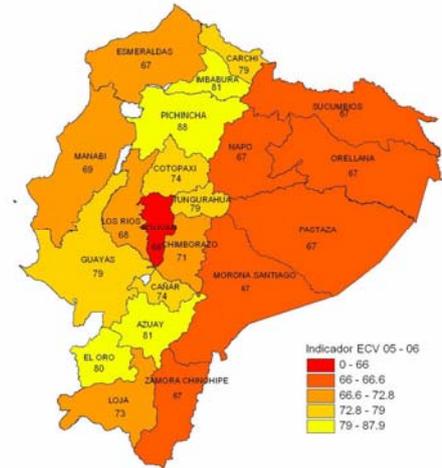
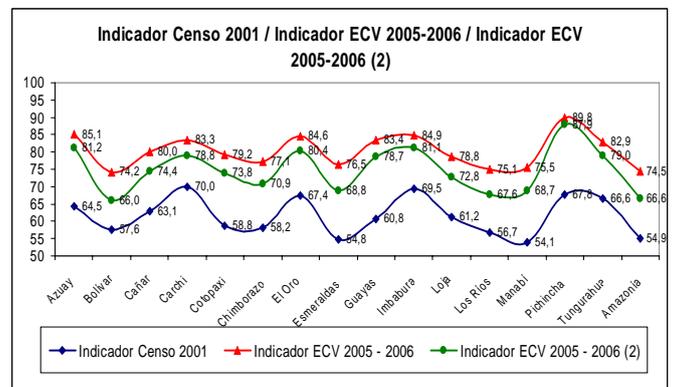


Gráfico 3



6. CONSTRUCCIÓN DE UN ÍNDICE CON BASE EN EL ANÁLISIS DE COMPONENTES PRINCIPALES LINEAL

Para la construcción de este índice se utilizan las mismas variables que se toman en la aplicación del Análisis de Componentes Principales no lineal, pero calculadas como indicador a nivel cantonal, así, las variables utilizadas son: Utilizando el ACP lineal se obtuvo que la primera componente explica el 48% de la varianza, cuyos puntajes se utilizan para calcular el indicador de condiciones de vida.

$$I = CP_1 * a + b \quad (1)$$

Para la construcción del indicador de condiciones de vida se probaron varias alternativas para los parámetros *a* y *b*, para la constante *b* se utiliza la media del índice creado en la sección 5, cuyo valor es de 68,06 para poder comparar ambos indicadores y se probaron algunos valores para la constante *a*.

Tabla 1

	Mínimo	Máximo	Media	Desviación Estándar	Varianza
Índice con ponderaciones óptimas	32,67	81,37	68,0624	9,7868	95,782
Índice = Cp+media	64,49	69,35	68,0624	1	1
Índice = Cp*5+media	50,22	74,49	68,0624	5	25
Índice = Cp*10+media	32,38	80,91	68,0624	10	100
Índice=Cp*15+media	14,53	87,33	68,0624	15	225
Índice = Cp*20+media	-3,31	93,76	68,0624	20	400
Índice = Cp*30+media	-39	106,6	68,0624	30	900

En la tabla 1 puede observarse que por la forma de construcción del indicador, la varianza que nos servirá para determinar cuál índice discrimina mejor, siempre será igual al valor de la constante *a* elevado al cuadrado, ya que:

$$\text{Siendo } y = ax + b, \text{ entonces}$$

$$\text{Var}(y) = a^2 \text{Var}(x) \quad (2)$$

Adicionalmente se observa que con *a=20* y *a=30* se obtienen medidas negativas para el indicador, así se utiliza *a=9,7868*; que es la desviación estándar de la medida obtenida en la sección 5, para que nuestro nuevo índice pueda compararse con el de la sección mencionada, así:

$$I = 9,7868 * CP_1 + 68,0624 \quad (3)$$

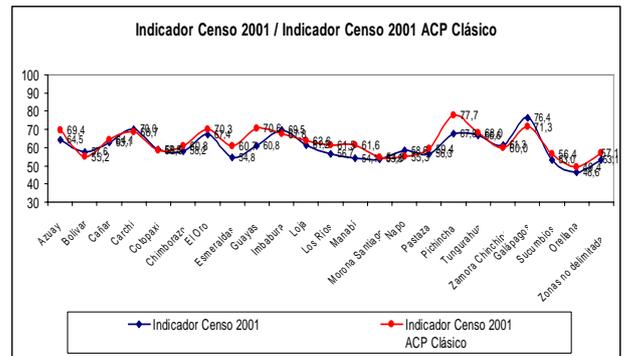
Con esta combinación lineal se obtienen quintiles con dicho indicador observándose en la tabla 2 los valores que describen a cada uno de los quintiles.

Tabla 2

	Mínimo	Máximo	Media	Varianza
Quintil 1	33,1	58,7	52,8	21,6
Quintil 2	58,8	66,8	62,8	5,4
Quintil 3	67,0	73,8	70,3	5,4
Quintil 4	74,0	74,9	74,7	0,1
Quintil 5	75,5	80,6	80,6	0,2

En el gráfico 1 se observa el indicador calculado con el Análisis de Componentes Principales Lineal a nivel provincial y nuestro índice creado en la sección anterior, observando un comportamiento similar.

Gráfico 1



7 CONCLUSIONES

A continuación se presentan los resultados más importantes obtenidos en la investigación.

Usando el Análisis de Componentes Principales no lineal se hace más fácil la construcción de índices a partir de un conjunto de variables cualitativas, dado que las variables ingresan al modelo con las categorías predefinidas.

Uno de los resultados más importantes es el que, un índice construido como de necesidades es el complemento de otro que mide satisfacción (correlación igual a -1), por lo tanto da lo mismo elaborar cualquiera de los dos.

Además si se construye un índice de necesidades y luego se requiere construir un indicador de satisfacción, las cuantificaciones de cada una de las variables son el inverso negativo de las cuantificaciones iniciales, así por ejemplo para la variable “Nivel educativo del entrevistado” se tiene que:

Tabla 1

Variable: Nivel educativo del entrevistado			
Categoría (1)	Cuantificación (1)	Categoría (2)	Cuantificación (2)
5 Ninguna / primaria	1,81	1 Ninguna / primaria	-1,81
4 Secundaria	1,71	2 Secundaria	-1,71
3 Superior no universitaria	-0,46	3 Superior no universitaria	0,46
2 Superior / universitaria	-0,62	4 Superior / universitaria	0,62
1 Postgrado	-0,62	5 Postgrado	0,62

Al ser indicadores de satisfacción se determinó con el índice construido a partir del Censo de Población y Vivienda 2001, que los cantones Rumiñahui y Quito de la provincia de Pichincha son los que se encuentran en mejores condiciones con respecto al total de cantones a nivel nacional, así mismo se nota que en el 2001 los cantones que se encuentran en peores condiciones son especialmente los de la región amazónica y los de la sierra central.

A nivel provincial están en mejores condiciones Galápagos, Carchi, Imbabura y Pichincha; las que se encuentran en peores condiciones son Orellana, Sucumbios, Las Zonas No Delimitadas y Morona Santiago.

Las cuantificaciones óptimas obtenidas a partir del Censo de Población y Vivienda 2001 constituyen una línea de base para realizar comparaciones usando las mismas variables, pero con distintas fuentes de información, así pues en el gráfico 5, de la sección 5.1, puede observarse como las condiciones de vida de la población han mejorado, manteniéndose las diferencias entre cada una de las provincias.

Las variables que se encuentran más relacionadas con los indicadores construidos con el Censo de Población y Vivienda 2001 y con la Encuesta de Condiciones de Vida 2005 – 2006 son “Forma de eliminación de aguas negras o servidas, “Cómo obtiene el agua para la vivienda” y “Ducha en el hogar” lo que significa que las variables de acceso a estos servicios son las que más discriminan tanto el 2001 como en el 2006.

El índice construido a partir de las cuantificaciones obtenidas en la Encuesta de Condiciones de Vida 2005 – 2006, tiene un comportamiento similar al construido en base a las cuantificaciones obtenidas a partir del Censo, pero usando la información de la ECV 2005 – 2006, es decir las cuantificaciones obtenidas en el Censo del 2001 realmente constituyen una línea de base.

Con respecto al modelo construido usando la ECV 2005 – 2006, al ser una encuesta con nivel de representatividad provincial, puede observarse que Pichincha, Azuay, El Oro e Imbabura son las que se encuentran en mejores condiciones y las que peor se encuentran son Bolívar, las provincias de la amazonía y Los Ríos.

Con el índice construido usando el Análisis de Componentes Principales lineal, se determinó que las provincias que se encuentran en mejores condiciones son Pichincha, Galápagos y Guayas;

las que se encuentran peores condiciones de vida Bolívar, Morona Santiago y Orellana.

Este índice, tiene la restricción que para poder comparar diferentes fuentes de información, deberán calcularse cada uno de los indicadores para que puedan ser usados en el modelo, a diferencia del uso directo que se les da a las variables en el Análisis de Componentes Principales no lineal.

Las variables que más se encuentran relacionadas con el índice usando el análisis clásico son “Porcentaje de Hogares que obtienen el agua por tubería dentro de la vivienda”, “Porcentaje de Hogares que cuentan con servicio telefónico”, “Porcentaje de Hogares que eliminan la basura a través de carro recolector” y “Porcentaje de Hogares con ducha de uso exclusivo”.

Con respecto a que modelo discrimina mejor, puede observarse en la tabla 6.1.2, que el indicador construido usando el método PRINCALS en términos del rango discrimina mejor que el índice usando el análisis clásico, además a nivel provincial el indicador desarrollado con base en el Análisis de Componentes Principales no lineal tiene mayor variabilidad que el índice construido con el Análisis de Componentes Principales lineal.

Tabla 2

	Rango	Mín	Máx	Media	Dev Sta	Varianza
Índice con ponderaciones óptimas	48,7	32,6	81,3	68,062	9,78	95,782
INDICE con Cp*varianza media +	47,5	33,1	80,6	68,062	9,78	95,782

Finalmente, debemos comentar que por lo expuesto en este trabajo, el Análisis de Componentes Principales no lineal es una herramienta que no se ha explotado adecuadamente en diversos campos, dado que en general es más fácil obtener información cualitativa que puede ser transformada en cuantitativa en cualquier campo de trabajo como se vio en el capítulo tres, además que es una metodología alternativa a los métodos clásicos.

8. BIBLIOGRAFÍA

- Carrillo Granda, Mario Martín, Análisis no lineal de variables categóricas de las Encuestas de Condiciones de Vida para la construcción de un indicador de calidad de vida, EPN Ingeniería Matemática, Junio 2000
- INE Chile, Metodología de Clasificación Socioeconómica de los hogares chilenos, 2003.
- Gamboa Luis Fernando, Guerra José Alberto, Casas Andrés Fernando, Nohora Y. Forero, Cambios en calidad de vida en Colombia, durante 1997-2003: otra aproximación.
- Gifi Albert, Nonlinear Multivariate Analysis, John Wiley and Sons, 1990.
- Meulman J, Heiser W, SPSS Categorías 11.0, SPSS Inc. 2001.
- Rodríguez Vignoli, Jorge, Segregación Residencial Socioeconómica: ¿Qué es? ¿Cómo se mide?, ¿Qué está pasando?, ¿Importa? .Serie 16, CEPAL-ECLAC. Santiago de Chile, Agosto 2001.
- Salazar Bermeo, Franklin Eduardo, Análisis de Homogeneidad en el Análisis Multivariante no lineal, Estudio en centros de rehabilitación social, EPN Ingeniería Matemática Septiembre 2000.

ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE CIENCIAS

**PROGRAMA DE TRANSFERENCIA ECONÓMICA, CONDICIONADO CON
LA ASISTENCIA A CLASES, PARA NIÑOS, NIÑAS Y ADOLESCENTES QUE
TRABAJAN EN EL ECUADOR**

QUINTANA OJEDAD ILIANA RAQUEL

VASQUEZ AYALA YADIRA DE LOURDES

DIRECTOR: MAT. GUSTAVO HERRERA

Quito, febrero del 2008

RESUMEN EJECUTIVO

A lo largo de la historia se puede advertir la presencia de trabajo infantil; al principio “el capitalismo comercial dejaba a los productores del campo y a los artesanos en su casa, pues trabajaban en sus tierras o talleres; mientras que el capitalismo industrial fue más allá: no se limitó a sacar al mercado la producción independiente, comprándola de antemano, sino que trató de abolirla, contratando como asalariados a los productores independientes y llevándoles a trabajar bajo su techo, en grandes centros de producción; concentró personal y medios de producción en sus fábricas.

Muchos obreros acudieron a la fábrica con todo su taller y sus hijos menores de edad como ayudantes¹. El capitalismo, en su afán de acumulación de bienes, utilidades, lucro y ganancias, no tiene el menor problema e inconveniente – incluso ahora – de incorporar al trabajo en las condiciones más duras y difíciles, mano de obra infantil. La política neoliberal necesita de este "ejército de pequeños" para aumentar sus ganancias y utilidades. La mano de obra infantil es "más barata" y "sumisa": la inmensa mayoría de los niños desconoce sus derechos y, para los empresarios locales y grandes multinacionales, es más "fácil" explotarlos.

Nuestro proyecto de titulación está dividido en cinco partes. Así pues, en el Capítulo I, realizamos una revisión general del entorno económico y social del país en los últimos años, ya que las diversas crisis políticas y económicas de la década 1990-2000 tuvieron impactos negativos en la situación social del país: por un lado, especialmente entre 1995 y 2000, los indicadores de pobreza e indigencia de la población se incrementaron fuertemente; por otro, los indicadores de desarrollo social, que habían experimentado mejoras sustanciales en las décadas anteriores, se estancaron o crecieron lentamente, y aún se ubican por debajo del promedio regional. El principal problema del sector social en Ecuador es el *aumento de la pobreza y la desigualdad*, el porcentaje de la población en situación de pobreza aumentó de 34% en 1995 a

¹ Ecuador, una agenda económica y social del nuevo milenio. Vicente Fretes Cibils, Marcelo Giugale y José López. Banco Mundial. Febrero del 2005.

56% en 1999 y disminuyó a 54% en el 2006². La población en situación de indigencia se incrementó del 12% al 21% y al 27.6% en el mismo período. El desempleo y el subempleo alcanzaron niveles sin precedentes en la historia reciente del país, llegando a 14,4% y 55% respectivamente a finales de 1999, deteriorando aún más los ingresos de la población con menores recursos; sin embargo para el 2005 la tasa de desempleo ha disminuido al 6.7% y el subempleo se ha mantenido en un 55%. La incidencia de la pobreza es más fuerte en las zonas rurales (62%) y en las poblaciones indígenas (70%) y afroecuatorianas (49%)³.

Además del desempleo, entre los factores que más influyeron en el incremento de la pobreza se pueden mencionar la aceleración de la inflación, el aumento inesperado del tipo de cambio y la caída del PIB, que solo en 1999 descendió 7,6%, produciendo una disminución del ingreso per capita (de \$1.570 en 1995 a \$1.110 en 1999); e incremento al 4% hasta el 2006⁴. Así mismo, hubo una reducción del gasto social, en especial el gasto en salud y educación.

El empeoramiento de los indicadores de pobreza estuvo acompañado por un aumento de la desigualdad. El índice de Gini⁵ pasó de 0,43 en 1995 a 0,47 en 1999, se ha mantenido en 0.46 hasta el 2006. El Gini rural aumentó de 0,39 a

² La pobreza se define como el porcentaje de personas que pertenece a hogares cuyo consumo está por debajo de la canasta básica de bienes y servicios. Los indicadores sociales mencionados en esta sección provienen del Sistema Integrado de Indicadores Sociales del Ecuador (SIISE), oficina adscrita a la Secretaría Técnica del Frente Social. Datos tomados de la encuesta de Ingresos y Gastos (ENIGHU) – 2004 y la Encuesta de condiciones de vida (ECV) – 2006.

³ Debe notarse que los estudios mencionados, uno del Instituto Nacional de Estadísticas y Censos de Ecuador (INEC) y otro del Banco Central, usan la metodología de pobreza según ingresos, mientras los datos de 1998 y 1999 provienen de la Encuesta de Calidad de Vida y usan la metodología de pobreza según consumo. Datos tomados de la ECV, 2006. INEC – SIISE.

⁴ Cuentas Nacionales. Informes mensuales. BCE.

⁵ La distribución del consumo mide cómo se reparte el consumo de un país, región o grupo entre los distintos hogares. La desigualdad en la distribución de un recurso cualquiera (ingreso, tierra, capital, riqueza, etc.) implica que diferentes hogares (o individuos, grupos sociales, etc) tienen diferentes cantidades de ese recurso. El coeficiente de Gini es una valoración cuantitativa del grado de desigualdad relativa en el acceso a un recurso y es útil para analizar la evolución de la desigualdad en el tiempo o el grado relativo de desigualdad entre regiones o grupos sociales. Es una medida de desigualdad relativa debido a que aumentos o disminuciones de igual proporción en el consumo de todos los hogares no cambia el coeficiente de Gini. El coeficiente de Gini del consumo es una medida estadística de la desigualdad en la distribución del consumo per cápita de los hogares, que varía entre 0 y 1. Muestra mayor desigualdad mientras se aproxima más a 1 y corresponde a 0 en el caso hipotético de una distribución totalmente equitativa. El coeficiente de Gini se obtiene a partir de la curva de Lorenz, dividiendo el área comprendida entre la curva y la recta de equidistribución para el área total bajo la recta mencionada.

0,42 y disminuyó a 0.40 y el urbano aumentó de 0,41 a 0,45 y disminuyó a 0.43; en el mismo período.

Como podemos observar, los grupos más vulnerables a la pobreza son la población rural, los hogares indígenas o afroecuatorianos, los hogares con alto número de niños menores de seis años, los hogares con niños desnutridos, los hogares con mujeres embarazadas, la población con bajos niveles de educación y los ancianos.

En el Capítulo II, estudiamos profundamente el problema del trabajo infantil en el Ecuador, primero analizamos las causas y factores que inciden en esta temática; actualmente, se puede decir que entre las causas del trabajo infantil se destacan la pobreza, la inestabilidad política, la discriminación, la emigración, las prácticas culturales tradicionales, la falta de trabajo para los adultos, la protección social inadecuada, la escasez de escuelas y el deseo de bienes de consumo. A esto se suma la explotación de algunos empleadores que quieren contar con mano de obra barata y flexible.

El trabajo infantil tiene una profunda base cultural que provoca su existencia, es un conjunto de factores que desembocan en el mismo, los que provienen de la necesidad de ingresos, que no son canalizados por el sistema educativo y que se combinan con actividades domésticas o familiares, que requieren de fuerza de trabajo, y donde el resultado es la salida hacia el trabajo infantil, que aparece como más redituable y práctico ante la dimensión de los demás factores y de la situación inmediata.

El Trabajo Infantil, provoca la pérdida de sus derechos, retroceso en sus condiciones humanas dignas, que hacen del trabajo Infantil un quiebre irreversible de su estilo y calidad de vida y de la perspectiva de vida futura asociadas a condiciones de bienestar y progreso⁶.

Seguidamente realizamos el análisis de las distintas formas y tipos en los que se presenta el trabajo infantil. En las últimas décadas, ha aumentado el trabajo

⁶ Plan PETI, RO # 250.

infantil debido a la urbanización, creciendo el número de niños que trabajan en comercios, servicios y fábricas. Aún la mayor parte del trabajo infantil se encuentra en la agricultura. Además de la agricultura y los trabajos domésticos, muchos niños latinoamericanos son empleados en la economía informal y otros conocen infiernos peores como la explotación sexual, fundamentalmente en el Caribe y en Brasil.

Como datos estadísticos tenemos que “en Ecuador existen alrededor de **3.166.276** niños y niñas de 5 a 17 años de edad. De esta cifra, se encuentran trabajando 775.753 (incluido trabajo doméstico), lo cual significa que un 24.9% de la población por debajo de los 18 años, se encuentra en situación económicamente activa en el país, sin considerar los subregistros que se generan al plantearse las encuestas en función del desconocimiento o invisibilización de las personas en actividades que no se las aprecia como trabajo infantil, sino como ayuda o apoyo familiar⁷. (Datos tomados de la Encuesta ENEMDUR 2001).

Entre estos niños y niñas que trabajan de menos de 18 años, más de la mitad se encuentra realizando labores agrícolas (444.515 niños y niñas, destacando el hecho de que 207.921 tienen entre 6 y 11 años), comercio al por menor (82.386), servicio doméstico (28.208), construcción (25.505), y hoteles y restaurantes (24.628).

Es importante la diferenciación entre sexos, por ello vemos que, 447.332 niños trabajan (62%) y son 298.421 las niñas que lo hacen (38% del total). En cuanto a diferenciación de ocupaciones por sexo, el trabajo doméstico es casi en su totalidad femenino (93%), siendo también mayoritariamente femenino el trabajo en hoteles y restaurantes (el 58%).

Según las regiones, la de mayor número de niños y niñas que trabajan es la sierra (480.307), seguida de la costa (229.080) y la amazonía (66.366). Las actividades principales son agrícolas en las tres zonas: en la amazonía (80%)

⁷ Se refiere a las actividades que no son propiamente trabajo domestico porque este si es visible, si no más bien a las de índole de explotación.

en la sierra (63,8%), y en la costa (39,3%). En la sierra (12,3%) y en la amazonía (5,4%) la segunda actividad prioritaria de niños y niñas es la industria manufacturera, mientras que en la costa lo es el comercio (25,2%).

De esta población infantil trabajadora, un 39% no están escolarizados (el 40% de las niñas y el 39% de los niños). Las causas principales son la falta de recursos económicos (47,3%), que el trabajo no les permite la asistencia a la escuela (un 39% de estos niños y niñas trabajan más de 40 horas semanales, mientras que un 66% de los escolarizados trabajan menos de 29 horas semanales), o el poco atractivo que para niños y niñas que trabajan tiene el estudio (12,8%). Una de las razones de no escolarización es el embarazo adolescente, afectando a niñas de 15 a 17 años de edad. Y como un dato extra tenemos que un 7% de estos niños y niñas que trabajan de 10 a 17 años son analfabetos⁸.

Además del trabajo que realizan fuera de sus hogares, la carga de trabajo doméstico que realizan es destacable. El 56,4% de los niños realiza más de 6 horas diarias de trabajo doméstico, mientras que la proporción de niñas es del 78,6%. Sólo en un 0,2% de los casos niños y niñas no llevan a cabo ningún tipo de tarea doméstica.

Entre niños y niñas que trabajan, un 74,6% de las niñas y un 68,2% de los niños se encuentran laborando en actividades familiares no remuneradas. De las niñas, un 59% trabaja en casa o finca propia y un 11% en casa ajena, sin tenerse que desplazar para ir al trabajo en un 98,5% de los casos, mientras que entre los niños, sólo el 43% trabaja en casa o finca propia, el 0,9% trabaja en casa ajena, tendiéndose que desplazar para ir a trabajar en un 12%⁹ de los casos.¹⁰

⁸ ENEMDUR 2001. INEC.

⁹ Aunque esta media nacional esconde las diferencias en las características del TI entre la costa y el resto del país, así, en el 19% de los casos, niños y niñas que trabajan en la costa se desplazan para llegar a su lugar de trabajo. en esta región el ámbito social, y por tanto de trabajo, es mucho más público que en sierra y amazonía

¹⁰ Este párrafo destaca las diferentes características del TI según los sexos en cuanto a ámbitos, remuneraciones, libertades a la hora de desarrollar la actividad laboral, y riesgos asociados al trabajo a los que niños y niñas se exponen.

Con respecto a los niños y niñas que reciben salario, tenemos que los niños cobran en un 71,7% de los casos hasta 20 dólares mensuales, mientras que las niñas que cobran esta cifra son el 81%; sin embargo es importante indicar que el salario que reciben los NNA que trabajan aumenta con la edad. Los ingresos son utilizados en un 52% de los casos como ayuda a la economía familiar, (el 53,8% de los niños y 49,7% de las niñas). Sólo en un 11% de los casos de niños y niñas que trabajan, no entregan ningún tipo de ingresos al hogar.

El nivel de instrucción requerido para las tareas que desempeñan es muy bajo. En un 75,9% de los casos los niños son trabajadores no calificados, frente a un 74,3% de las niñas. En un 59% de los casos de promedio entre niños y niñas en edades de 15 a 17 años, los que trabajan no se encuentran afiliados a ningún tipo de seguro¹¹.

Una de las falencias del país es no contar con cifras uniformes sobre trabajo infantil, pues cada institución tiene sus propias cifras y proyecciones, además no existe un Sistema electrónico que brinde información actualizada de los diversos programas y proyectos de intervención, que las instituciones públicas y privadas desarrollan a nivel nacional para prevenir (sensibilizar) y erradicar el trabajo infantil y proteger los derechos laborales de los adolescentes que trabajan, además de una serie de información inherente a esta temática.

Es importante recalcar que las personas que no han culminado sus estudios reciben menos remuneración y según lo analizado los niños que trabajan pierden dos años de escolaridad en promedio; así, cuando son adultos, percibirán un 20% menos de salario. "Posee menos estudios", será la explicación, sin dar cuenta del círculo vicioso que encierran esas palabras.¹²

Si bien el trabajo de los niños y niñas es multicausal, podemos decir que la pobreza es la principal, porque significa que en la familia del niño el padre y/o la madre no tienen trabajo estable, por tanto sus ingreso económicos son

¹¹ Datos tomados de ENEMDUR. 2001. INEC.

¹² Estudios realizados por OIT.

mínimos, lo que obliga o "empuja" a que los niños y las niñas empiecen tempranamente a trabajar, en desmedro de su salud y de sus posibilidades de tener una adecuada educación.

Millones de niños son obligados a trabajar en angustiosas condiciones que afectan su desarrollo físico, mental y moral. El trabajo infantil provoca más explotación y abusos, marginalidad y pobreza, y la mayoría de las veces, violencia.¹³

La prevención y erradicación del trabajo infantil están íntimamente vinculadas con el empleo para adultos; la precariedad laboral, el desempleo y subempleo de los adultos contribuyen a agravar el trabajo de niñas, niños y adolescentes, es necesario promover la creación de empleo decente para adultos, por lo que las políticas de erradicación de trabajo infantil deben estar estrechamente vinculadas con las de empleo.

Para este tipo de investigación es importante el conocimiento del marco legal, el cual está sintetizado en el Capítulo III, donde se puede encontrar los Convenios Internacionales, Legislación Nacional y Políticas Públicas relacionadas.

Con la firma del Memorando de Entendimiento entre la OIT y el Gobierno de la República de Ecuador en 1997, se han intensificado los esfuerzos por parte del Estado Ecuatoriano, y particularmente del Ministerio de Trabajo y Empleo, en iniciar acciones dirigidas a la prevención y erradicación del Trabajo Infantil, mediante la ratificación en 1990 de la Convención sobre los Derechos del Niño y la ratificación del Convenio 182 de la OIT, el Estado Ecuatoriano se comprometió a desarrollar un Plan Nacional para la Erradicación Progresiva del trabajo infantil cuya ejecución estaría a cargo del Comité Nacional para la Erradicación Progresiva del Trabajo Infantil – CONEPTI, mismo que fue creado mediante Acuerdo Ministerial No 792 de 7 de Noviembre de 1997, ente tripartito, conformado por:

- El Ministro de Trabajo y Empleo, o su delegado, quien lo preside

¹³ Datos tomados de SIMPOC. 2001. INEC – OIT.

- El Ministro de Educación y Cultura o su delegado
- El Ministro de Bienestar Social o su delegado
- Un representante de la Presidenta Nacional del Instituto Nacional de la Niñez y la Familia INNFA.
- Un representante de la Federación de Cámaras de la Producción, y
- Un representante del Frente Unitario de Trabajadores

Actúan además en calidad de asesores, con voz informativa:

- Un representante de las organizaciones no gubernamentales relacionadas con el problema del trabajo infantil
- Un representante de los Organismos de las Naciones Unidas como UNICEF, OIT, OMS.
- El Secretario/a Técnico del Foro Social Florícola o su representante.
- El Secretario/a Técnica del Foro Social Bananero o su representante.

Las funciones que debe cumplir son:

- Establecer una política nacional que promueva las condiciones necesarias tendientes a la prevención, prohibición, restricción y regulación del trabajo infantil, con miras a su progresiva erradicación;
- Lograr el pleno cumplimiento, tanto legal como práctico de las normas nacionales e internacionales que regulan el trabajo infantil; y,
- Fomentar la responsabilidad de la comunidad nacional con relación al trabajo infantil y generar compromisos encaminados a su solución.

Para fines operativos el CONEPTI cuenta con la Secretaría Técnica creada mediante Decreto Ejecutivo, vigente desde el 6 de febrero del 2001, la cual tiene la potestad de elaborar, ejecutar, evaluar y mantener el control y seguimiento de acciones para la prevención y erradicación del trabajo infantil, coordinando y cooperando con instituciones públicas y privadas la ejecución de programas y proyectos.

Con la vigencia de las instancias citadas, se debe contar con un instrumento técnico que permita orientar y direccionar las acciones de los diferentes organismos responsables de la Prevención y Erradicación de Trabajo Infantil, con lo que se publica el 26 de Diciembre del 2005, en el RO. No. 186, el Plan

de Prevención y Erradicación del Trabajo Infantil (PETI), con siete ejes fundamentales, luego de un proceso democrático y participativo.

Además, mediante Acuerdo Ministerial No. 205 de 4 de Octubre del 2002, se crea el Sistema de Inspección y Monitoreo de Trabajo Infantil, que tiene como funciones básicas: Vigilar, verificar y controlar el cumplimiento de las leyes, reglamentos y convenios internacionales que normen el Trabajo Infantil. Realizar prevención, informar y sensibilizar sobre los peligros del trabajo Infantil y sobre las leyes vigentes en esta materia.

El Sistema de Inspección y Monitoreo de Trabajo Infantil, cuenta con Inspectores especializados en el tema, y con un sistema de veeduría social, que garantiza la transparencia del proceso de inspección y que permite el nexo con la protección social que requieren los niños, niñas y adolescentes encontrados en situación de riesgo. Mediante el Sistema de Inspección de Trabajo Infantil, con jurisdicción nacional, se detecta la presencia de niños, niñas y adolescentes que trabajan en relación de dependencia, de lo cual se informa para la posterior separación de la actividad laboral y coordinar las medidas de protección con los organismos competentes. El Sistema se lo realiza en diferentes etapas:

- 1) Fase de prevención e información: De carácter preventivo.
- 2) Fase de verificación de acuerdos y compromisos: Se aplica medidas legales en caso de incumplimiento.

Por otro lado, el Ministerio de Trabajo y Empleo con el apoyo del Programa Internacional para la Erradicación de Trabajo Infantil – IPEC, articula acciones específicas prioritarias tendientes a erradicar las peores formas de trabajo infantil. El actual gobierno ha presentado la agenda social para su período y dentro del Plan Nacional de Desarrollo se ha fijado como meta disminuir en 5% el trabajo infantil hasta el 2010.

Mediante lo expuesto en los capítulos anteriores, decidimos planificar un Programa de Transferencia que lo desarrollamos en el Capítulo IV. el cual esta basado en los lineamientos del Plan PETI, y esta siendo auspiciado por la

Secretaría Técnica del CONEPTI, por lo que su representante, el Secretario Técnico, ha colaborado con la investigación e incluso nos ha extendido un certificado con fines de validar la planificación y el financiamiento; justificando la factibilidad de nuestro proyecto.

En el Ecuador aún no se ha logrado consolidar una red nacional de protección social. Existen varios programas que tienen como objetivo aliviar la situación de la población afectada por las diferentes crisis, a través de transferencias monetarias como el Bono Solidario, con una cobertura de cerca de 1,2 millones de hogares y un presupuesto de US\$153 millones (en 2002). Otros programas de protección social son el Bono Productivo pero su cobertura y fondos son mínimos. El Bono Productivo beneficia a 6.500 familias y cuenta con un presupuesto anual de apenas US\$1 millón.

El Bono Solidario fue creado en octubre de 1998 para compensar a las familias pobres por la eliminación de algunos de los subsidios a los combustibles y la energía. Los mecanismos de entrega de esta ayuda estatal fueron diseñados y puestos en operación en pocos meses, lográndose, una administración eficiente y costos operativos bajos y, por otra, llegar a un importante porcentaje de la población pobre del país.

Por su cobertura y presupuesto, el Bono Solidario se ha convertido en el programa más significativo de protección social del país, presenta serios problemas de focalización, propósitos y niveles del beneficio: por su origen y objetivo, el bono excluyó y continua excluyendo a buena parte de los pobres de la zona rural y un número significativo de los indigentes urbanos; además la transferencia no estuvo condicionada con la asistencia escolar o actividades de salud, sin embargo a partir del mes de septiembre de este año han planteado implementar este condicionante.

Existen acciones orientadas a atender a la población vulnerable, tales como los programas de atención a ancianos, niños menores de seis años y los distintos programas de alimentación. Sin embargo, dichos programas carecen de la

necesaria articulación y coordinación para constituirse en una red de protección social.

Los programas son manejados por diferentes organizaciones gubernamentales, usan estrategias de focalización variadas, y tienen diversos enfoques de ejecución. Además, la evaluación de impacto de los programas es casi inexistente.

Nuestro programa busca llegar a una población muy vulnerable en cuanto a trabajo infantil y educación se refiere, pues la gran mayoría de NNA que trabajan deserta del sistema escolar en edad de 12 a 14 años, pues terminan la escuela pero no se matriculan en el colegio, por lo que se hace necesario la entrega de un incentivo a este grupo de NNA. Según las encuestas, en el sector rural existe un porcentaje mayor de NNA que trabajan, debemos tomar en consideración que el peso de factores culturales en este sector tiene una incidencia significativa en el trabajo infantil, para erradicarlo se debe tener un enfoque diferente al que se da con la entrega de un subsidio directo. En cambio en el sector urbano se puede obtener mejores resultados con la entrega de una transferencia a los NNA que trabajan.

Debido a estas consideraciones el grupo beneficiario de este proyecto serán los NNA de 12 a 14 años que solo trabajan, en el área urbana pertenecientes al primer quintil más pobre. Por el alcance y magnitud del presente nos limitamos a tomar las provincias más representativas a nivel nacional; es decir Azuay, Pichincha y Guayas; de esta manera, determinamos que el número de beneficiarios es de casi 900 NNA.

Según estudios realizados por programas similares en América Latina, y organismos internacionales como la OIT, es recomendable basarse en el costo de oportunidad, para determinar el monto de la transferencia; es decir que para el presente proyecto llamaremos *Costo de Oportunidad* al salario promedio que los NNA dejarán de percibir al participar en el programa. Por lo que se estableció un monto de \$51.30 pues es el valor que cubre el costo de oportunidad de la población beneficiaria.

La idea general del programa consiste en que las madres de familia o tutoras, de niños y niñas de 12 a 14 años que trabajan y no estudia, reciban mensualmente \$ 51.30; a cambio de enviar a sus hijos a la escuela y cumpliendo con la asistencia de mínimo 80%.

Mediante la transferencia directa de dinero se busca en primer lugar, que los NNA beneficiarios dejen de trabajar, segundo se inserten en el sistema educativo; a corto y mediano plazo y en tercer lugar romper el ciclo de la pobreza a largo plazo; pues según este ciclo, los hijos dentro de familias pobres, además de encontrarse en una situación de riesgo en lo referente a salud, tienen que abandonar el colegio para poder trabajar y aumentar los ingresos familiares; lo que en el futuro repercute en el salario que percibirán por no ir a la escuela, pues cuando adultos su mano de obra será no calificada y mal remunerada. Como se explico anteriormente, los NNA se ven impedidos de alcanzar mayores y mejores oportunidades de desarrollo en un futuro, ya sea por la falta de educación o por malnutrición y problemas de salud que obstaculizan su adecuado desarrollo. Posteriormente, ya como padres de familia, se ven obligados a someter a sus hijos a la misma dinámica, por no recibir sólo con su trabajo suficientes ingresos para sobrevivir. Por lo tanto, en teoría, los niños dentro de las familias que reciben el bono de inversión infantil dejarán de trabajar y no abandonarán el colegio.

Por esta razón es fundamental introducir un componente de sensibilización y capacitación orientado a modificar las percepciones, costumbres y prácticas que legitiman el trabajo prematuro, dirigidas básicamente a la familia (madres, padres de familia y responsables del cuidado directo de los niños/as adolescentes) y la comunidad.

**EL USO INTERGENERACIONAL
DEL PETRÓLEO EN EL
ECUADOR: UNA APLICACIÓN
DE LA METODOLOGÍA DE
CONTABILIDAD
GENERACIONAL¹**

**VILMA ELIZABETH CALVOPÍÑA CARVAJAL
DENNIS ALEXANDER RODRÍGUEZ HERRERA**

**INGENIERÍA EN CIENCIAS ECONÓMICAS Y FINANCIERAS
FACULTAD DE CIENCIAS
ESCUELA POLITÉCNICA
NACIONAL**

DIRECTOR: ECON. OSWALDO MIÑO

Quito, noviembre 2007

¹ El presente artículo es parte de nuestro proyecto de titulación, trabajo previo a la obtención del grado de Ingeniero en Ciencias Económicas y Financieras.

INTRODUCCIÓN

El presente estudio, apoyado en los conceptos de la economía ecológica y en la metodología de la contabilidad generacional, pretende demostrar la importancia de un manejo sostenible del petróleo en el Ecuador. En tal virtud, el trabajo busca determinar si existe o no inequidad intergeneracional comparando las cargas o beneficios fiscales que tendrán que enfrentar las generaciones del presente y las del futuro; Así se pretende demostrar que el agotamiento o disminución de los ingresos petroleros en el largo plazo, ocasionará un incremento en los pagos por impuestos que tendrán que enfrentar las generaciones futuras para compensar el consumo del gobierno en el tiempo;

EL PROBLEMA INTERGENERACIONAL

El problema intergeneracional está relacionado con la distribución de la riqueza entre generaciones distintas, entre individuos que viven en momentos distintos de tiempo. “El problema intrageneracional, por el contrario, ocurre en una misma generación, la cual está conformada por personas de distintas cohortes² de edad que coexisten a la vez, pues han nacido más o menos en un mismo período de tiempo”.³

Así como las familias ahorran e invierten en la educación de sus hijos, las empresas invierten recursos para el desarrollo de nuevas tecnologías, los gobiernos del mundo tratan de preservar el ambiente global. Todas estas actividades de algún modo sacrifican la utilización de las riquezas presentes con el afán de lograr un futuro mejor. En un gobierno las decisiones tanto económicas como de otro índole que afectan de manera positiva o negativa a las generaciones presentes y futuras implican costos y beneficios económicos, las mismas que se traducen en transferencias que ocurren comúnmente en el marco de políticas fiscales, como los sistemas de seguridad social, por ejemplo, que benefician a los individuos de un país en el presente o en el futuro. Existen dos tipos de transferencias intergeneracionales:

1. Transferencias intergeneracionales hacia atrás, de las generaciones futuras a la generación actual o presente, o de los jóvenes hacia los ancianos; en inglés se las denomina BIGs (Backward Intergenerational Goods).

2. Transferencias de la generación presente hacia las generaciones del futuro, FIGs (Forward Intergenerational Goods).

Equidad e Inequidad Intergeneracional

“La definición de equidad intergeneracional está basada en la idea de que el planeta y sus recursos son entregados a cada generación por la anterior, como un legado o herencia. Al mismo tiempo, cada generación se beneficia de ellos en su uso, con derechos y responsabilidades. Cada generación posee un grado de dependencia con otras porque comparten un patrimonio que es el planeta y sus recursos. Por equidad intergeneracional, ninguna generación tiene preferencia sobre otra para usar los recursos del planeta”.⁴

“Si todos los individuos nacidos en determinada sociedad asumen los mismos costos o reciben los mismos beneficios a lo largo de cada una de las etapas de sus vidas, se puede decir que existe equidad intergeneracional.

La inequidad, por el contrario, se produce cuando un grupo de individuos de la misma edad se encuentra relativamente mejor que otro grupo de distinta edad (por ejemplo, si los jóvenes son más pobres que los ancianos).

LA METODOLOGÍA DE CONTABILIDAD GENERACIONAL

La metodología de contabilidad Generacional fue permite analizar y planificar una política fiscal de largo plazo, sus objetivos principales son el asesoramiento para una política fiscal sostenible y la medición de las cargas fiscales que las generaciones presentes y futuras deben enfrentar”.⁵

La Contabilidad generacional está basada en una restricción presupuestaria intertemporal para el gobierno, ésta restricción descrita en la ecuación (1), requiere que el consumo del gobierno a

² Entiéndase por cohorte a la serie de composición variable, correspondiente al grupo de individuos comprendidos en un mismo intervalo de edad que presentan características diversas.

³ RAMAN, K.K. “The Balanced Budget and Interperiod Equity: Implications for financial reporting”. Citado en FERNÁNDEZ A; GÓMEZ J; MANZANO O. “Aplicación de Distintos Esquemas de Fondos Patrimoniales y sus Efectos Intergeneracionales en Venezuela”. Tesis de grado para la obtención del título de economistas, Universidad Andrés Bello, Caracas Venezuela, 2000.Pág. 17

⁴ BROWN, E. “Environmental Change and International Law: New Challenges and Dimensions”. Tomado de FERNÁNDEZ A; GÓMEZ J; MANZANO, O.

⁵ AUERBACH, A.J., KOTLIKOFF, L.J., LEIBFRITZ, W.

través del tiempo sea cubierto por la generación presente y/o futura.

$$\boxed{\text{A}} \quad \boxed{\text{B}} \quad \boxed{\text{C}} \quad \boxed{\text{D}}$$

$$\sum_{k=-D}^t N_{t,k} + \sum_{k=t+1}^{\infty} N_{t,k} \frac{1}{(1+r)^{(k-t)}} = \sum_{s=t}^{\infty} G_s \frac{1}{(1+r)^{(s-t)}} - W_t^g$$

A: cuentas generacionales presentes, es decir, el valor presente de los pagos netos que las generaciones actuales deberán realizar al gobierno durante su período de vida. Los pagos netos corresponden a los impuestos pagados menos las transferencias recibidas.

B: cuentas generacionales futuras en valor presente.

A y B se expresan en unidades monetarias que deberán ser descontadas al año t en la sumatoria.

C: El consumo del gobierno en el tiempo traído a valor presente. Los valores de dicho consumo en el año s, dado por G_s , son descontados también en el año t.

D: La riqueza neta (los activos menos la deuda) del gobierno en el año t.

Dado el valor presente del consumo del gobierno y conociendo que éste debe ser cubierto sea por la generación presente o futura; una disminución en los valores de las cuentas generacionales de las generaciones presentes requiere necesariamente ser compensada con un incremento en las cuentas generacionales de las generaciones futuras (2do. término de la izquierda), “demostrando así en la ecuación (1) que la política fiscal intergeneracional es una suma cero”.⁶

CUENTAS GENERACIONALES: CÁLCULO

Cada generación presente y futura posee una cuenta generacional representada por el valor $N_{t,k}$. Un conjunto de cuentas generacionales es el conjunto de todos los valores $N_{t,k}$ de las generaciones presente y futura.

Para calcular las cuentas generacionales, el término $N_{t,k}$ es la cuenta generacional al año t de la generación nacida en el año k, y está compuesta por los pagos netos, es decir impuestos pagados menos las transferencias recibidas por un individuo a lo largo de toda su

vida traídas a valor presente multiplicado por el total de población viva de esa generación en el año s: **(2)**

$$N_{t,k} = \sum_{s=K}^{k+D} T_{s,k} P_{s,k} \frac{1}{(1+r)^{(s-k)}}$$

$K = \text{máximo de } (t, k)$

$T_{s,k}$ = Pagos netos en el año s de un miembro de la generación nacida en el año k (Impuestos menos transferencias).

$P_{s,k}$ = Número de miembros vivos en el año s de la generación nacida en el año k.

Para las generaciones nacidas hasta el año t, la sumatoria inicia en el año t y es descontada en ese momento (t). Para las generaciones nacidas en el año k con k mayor a t, la sumatoria inicia en el año k y es descontada en el momento t.

SUPUESTOS DEL MODELO Y SERIES TEMPORALES

Para la obtención de cuentas generacionales en el Ecuador necesitaremos: proyecciones de población, de impuestos, de transferencias, gastos del Gobierno, la riqueza inicial del Estado, tasa de descuento y las proyecciones de los ingresos petroleros. Las series utilizadas corresponden a estimaciones para el período 2006 – 2100 en base al promedio registrado en los últimos 15, 10 y 5 cinco años dependiendo de la serie.

- Se considerará generaciones presentes a los individuos vivos y a los nacidos hasta el año 2005, y generaciones futuras a los nacidos en el 2006 y posteriores.

GASTOS DEL GOBIERNO

Se procedió a utilizar la serie de gastos corrientes devengados del gobierno central compuestos por intereses internos y externos, sueldos, compra de bienes y servicios y otros⁷ del Ministerio de Economía y finanzas. Se asume por equidad intergeneracional, que los gastos del gobierno deberían ser distribuidos de manera equitativa entre todas las generaciones presentes y futuras.⁸

⁶ AUERBACH, A.J., KOTLIKOFF, L.J., LEIBFRITZ, W.

⁷ Los gastos en educación y salud se consideran como transferencias.

⁸ Este supuesto permite garantizar que el gobierno considere igual de importantes a las generaciones presentes como futuras.

Se obtuvo el promedio de la relación del gasto con respecto al PIB constante para el período 1995-2005 y se asume que ese porcentaje se mantiene constante a lo largo del tiempo. Los resultados muestran que el gasto promedio corresponde al 23% del PIB constante en el Ecuador para el período mencionado y se mantiene para las estimaciones

IMPUESTOS

El componente de impuestos del gobierno ecuatoriano, está constituido por los tributos que pagan los ciudadanos ecuatorianos al Estado, entre los principales y los considerados para el desarrollo del modelo citamos:

- Impuestos a los bienes y servicios, impuesto al Valor Agregado (IVA), impuesto a los Consumos Especiales (ICE), impuesto a la Renta, impuestos al comercio y Transacciones internacionales, a los vehículos y otros.⁹

El período considerado en las series de impuestos es 1990-2005 según los datos recabados del gobierno central registrados en las estadísticas del banco Central. Con estas series se procedió a calcular la proporción del total de impuestos como porcentaje del PIB constante (siguiendo los supuestos de la metodología) cuyo resultado fue del 15%; valor que se considerará constante para la realización de las estimaciones 2006 – 2100.

En nuestro país no existen estudios que relacionen el pago de impuestos con intervalos de edad determinados con lo cual, este particular ha significado un agravante para el cálculo de las cuentas generacionales.

En base a observaciones empíricas y basados en el supuesto de que el porcentaje de impuestos está directamente relacionado con el nivel de ingreso de cada individuo y que en el Ecuador la edad que habilita a un individuo a ejercer sus deberes y obligaciones con el Estado es 18 años, se ha procedido a considerar los siguientes intervalos de edad y los siguientes pesos porcentuales:

Participación estimada del total de impuestos por grupo de edad

⁹ Adicionalmente a los impuestos considerados, las estadísticas registran otros componentes de ingresos no petroleros como son los impuestos a la circulación de capitales en el período 1999-2001, a la salida del país, a la compra y venta de divisas y operaciones de crédito en moneda nacional, los cuales por su corta trayectoria e insignificante participación no serán tomados en cuenta para el presente análisis.

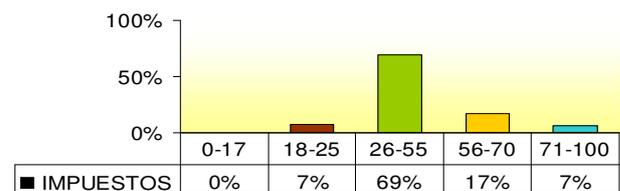
Ecuador período 1990 -2005

Grupos De Edad	Participación en el total de impuestos por grupo de edad	Justificación
0-17	0%	No tributan porque son menores de edad, en el caso de la adquisición de bienes cargados con el IVA, asumimos que los individuos de este intervalo de edad no generan renta ni ingreso propio que les permita tributar al adquirir determinado bien o servicio.
18-25	7%	Los individuos están iniciando sus actividades laborales al tiempo que terminan sus estudios superiores o al término de su bachillerato.
26-55	69%	Es la edad considerada de mayor productividad ya que la mayoría de hombres y mujeres ya han culminado sus estudios superiores y han alcanzado un grado de experiencia en sus trabajos que les permite obtener mayores ingresos.
56-70	17%	En este intervalo se asume que la mayoría de profesionales han alcanzado una escala profesional alta, así mismo muchos de los individuos comprendidos en este rango posee negocios propios.
71-100	7%	Aquí se encuentran las personas muchas veces ya desempleadas que obtienen ciertas rentas por arrendamiento de inmuebles, negocios propios o reciben transferencias de sus familiares.

Fuente: Observaciones empíricas y código de trabajo.
Elaboración: Los autores

Para esta asignación se consideró el componente de impuestos totales, no desglosado por tipo de impuesto¹⁰.

Distribución Promedio de Impuestos Pagados en el Ecuador Por edades de 1 a 100 años 1995 - 2005



Fuente: Cálculos Propios. Ver anexo 3
Elaboración: Los autores

TRANSFERENCIAS

Las transferencias consisten en todos los beneficios o gastos del gobierno enfocados a mejorar la calidad de vida de sus ciudadanos. Para esta variable hemos considerado pertinente asignar la inversión del Estado en los sectores sociales, estos son: sector educación, sector

¹⁰ Al considerar los impuestos de manera global, solo se verían afectados los impuestos a la salida del país que si recaen sobre los menores de edad pero que por su limitada representación en base al total (0.1%) no han sido utilizados.

salud, desarrollo urbano y vivienda, sector trabajo y bienestar social.

Dentro del marco del presente estudio y con fines explicativos, se han distribuido las transferencias de trabajo, bienestar social y desarrollo urbano y vivienda bajo un criterio de equidad, todos los individuos de todas las edades reciben el mismo beneficio; no así para los sectores de educación y salud, para los cuáles se han considerado otros supuestos que se detalla a continuación.

Educación

Hasta el año 1998 comprendía tres niveles: pre-primario, primario y medio (o secundario). En la actualidad, al implementarse un proceso de reforma del sistema educativo, se creó el nivel "básico" con una duración de 10 años, que corresponderían a lo que se conocía como primaria y ciclo básico del nivel medio. Sin embargo debido a que las fuentes disponibles operan bajo el esquema anterior, las transferencias en educación se calcularon utilizando la división tradicional en niveles: educación primaria, secundaria y superior.

1. Educación Primaria:

Pre-primaria y primaria de escuelas fiscales que brindan educación básica tanto hispana como bilingüe. En este grupo se encuentran los niños de 3 a 5 años que representan el 8.80% de la población total y los de 6 a 12 años de edad equivalente al 17.53% del total, respectivamente.

2. Educación Secundaria:

Jóvenes ecuatorianos que cursan el ciclo básico y diversificado de colegio con una duración de 6 años. Las edades fluctúan entre los 13 y 18 años de edad que corresponde al 12.19% de la población total.

3. Educación Superior:

Transferencias del gobierno para estudios superiores universitarios y no universitarios. Aquí se ubican ecuatorianos de 19 a 24¹¹ años de edad, equivalente al 10.06% de la población total.

4. Otros:

Capacitación y especialización dentro y fuera del país del personal adulto y la capacitación en entidades subsidiadas, el SECAP por ejemplo. Se ha considerado un intervalo de edad de 25 a 50 años.

En base a la información recabada del sistema Integrado de indicadores Sociales del Ecuador SIISE, se procedió a distribuir el gasto del

gobierno en educación por rangos de edad de acuerdo al siguiente cuadro según el porcentaje de estudiantes que asisten a cada uno de los niveles mencionados. Es decir, se trabaja bajo el supuesto de que las instituciones que atienden al mayor número de estudiantes son las que mayor presupuesto reciben. Para sustentar este supuesto también hemos considerado un estudio del gasto del gobierno en educación básica que cubre edades desde los 5 hasta los 14 años con respecto al gasto total del gobierno central en este sector publicado por UNICEF.¹²

Asignación Estimada del Gasto en Educación por Intervalo de Edad

Educación	Peso Porcentual	Intervalo de Edad /años	Tasa de asistencia por edad
Pre primaria	0	0 a 2	No reciben educación
Primaria	0,43	3 a 11	90.5%
Secundaria	0,32	12 a 17	67.86%
Superior	0,2	18 a 24	28.01%
Otros	0,05	25 a 50	No registra datos

Fuente: Intervalos de edad y tasa de asistencia por edad: SIISE; pesos porcentuales: observación empírica.
Elaboración: Los autores

"La tasa de asistencia por edad mide el número de personas de una determinada edad que están matriculadas o que asisten a cualquier establecimiento educativo independientemente de su nivel, expresado como porcentaje del total de personas en el respectivo grupo de edad"¹³.

En el caso de otras inversiones en educación, el SIISE no tiene registrado el nivel de asistencia, por lo cual el peso porcentual para este intervalo de edad se obtuvo por diferencia.

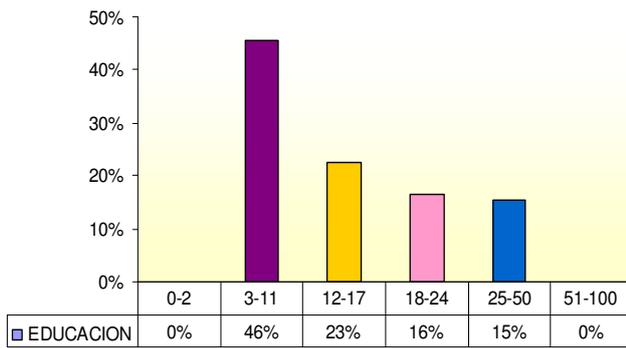
Las series utilizadas fueron las del gasto del gobierno Central devengado en educación durante el período 1996- 2005, como porcentaje del gasto total. El promedio de esta serie fue del 11%, porcentaje que fue distribuido según los pesos porcentuales detallados anteriormente para cada intervalo de edad.

**Asignación Estimada del Gasto en Educación por Intervalo de Edad
En porcentaje del gasto total por sector**

¹² FIERRO V, NARANJO M.

¹³ Sistema de indicadores Sociales del Ecuador SIISE.

¹¹ Sistema de indicadores Sociales del Ecuador SIISE.



Fuente: Cálculos propios. Ver anexo 2a
Elaboración: Los autores

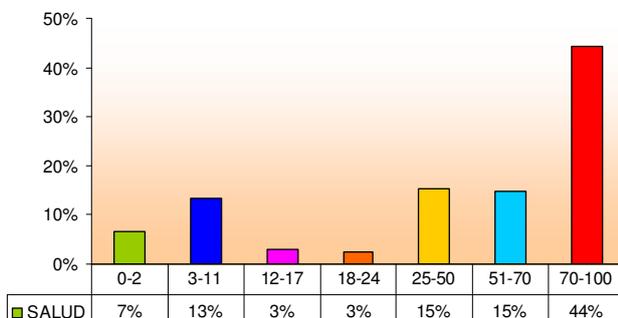
Salud

El sector de la salud en el Ecuador ha sido el que menos transferencias ha recibido durante estos últimos treinta años, es así que a educación por ejemplo se le ha asignado un presupuesto de casi el triple de lo asignado a este sector.

Las transferencias de salud, tienen mayor significancia para los intervalos de edad de los niños y los ancianos. Esto se debe básicamente a que en esas edades es cuando se es más vulnerable, en el caso de los ancianos es cuando más utilizan los sistemas de seguridad social del Estado, y en los niños es cuando se benefician directamente de los sistemas de salud preventiva.

De esta manera se construye la función de transferencias de edad, tomando como referencia el promedio del gasto del Gobierno Central en salud para el período 1996 – 2005 como porcentaje del gasto total; y asignando pesos a cada intervalo de edad. Se obtuvieron los siguientes resultados:

Distribución promedio de las transferencias de salud por edades. En porcentaje



Fuente: Cálculos propios Ver Anexo 2a
Elaboración: Los autores

- La contabilidad generacional no incluye impuestos ni transferencias anteriores al 2005, así, entre las generaciones vivas solo los nacidos en este año y posteriores poseen una cuenta

generacional compuesta por el valor presente de todos los pagos realizados durante su período de vida.

- Las transferencias de bienestar social, desarrollo urbano y vivienda; y trabajo se obtuvieron de las series de Gastos Consolidados por sector emitidas por el Ministerio de economía y Finanzas para el período 1996-2005.

- La existencia de inequidad intergeneracional en el Ecuador, se calculará suponiendo que las futuras generaciones pagarán en forma de impuestos todos los gastos del gobierno impagos por las generaciones presentes, así la diferencia en dólares existente entre los pagos netos de los nacidos en el 2005 y los pagos netos de las futuras generaciones, determinarán el ajuste requerido en las políticas para satisfacer la restricción intertemporal del gobierno.

TASA DE DESCUENTO

La tasa de descuento utilizada es del 8% ya que es similar a la tasa de rentabilidad real de largo plazo del capital en los Estados Unidos.¹⁴ Para el Ecuador esta tasa debe ser cercana a la tasa de interés de largo plazo del factor riesgo país.

PROYECCIONES DE POBLACION

Para el desarrollo de la ecuación intergeneracional del modelo, se requiere de estimaciones y proyecciones de población distribuidas por edades simples para el período 2005- 2100. Sin embargo, actualmente existen proyecciones solo hasta el año 2050¹⁵, por lo que fue necesario estimar para el 2050-2100. Se observó las series existentes y se obtuvo una tasa de crecimiento promedio para 2006 -2050 que fue de 0.95% anual. Observando el gráfico No. 20 se puede asumir que el crecimiento de la población en el Ecuador depende del tiempo. Conforme pasa el tiempo, se incrementa la población. Este supuesto se puede describir a través de la función:

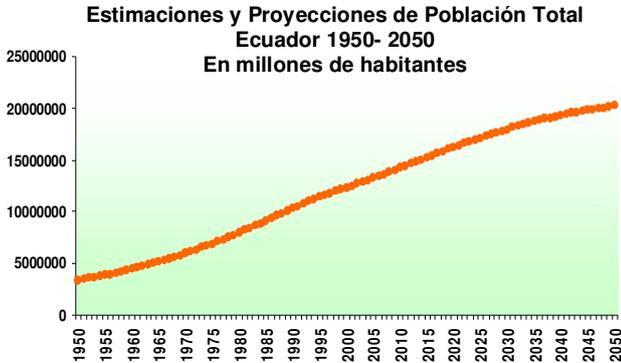
$$\frac{dP}{dt} = k(t) \quad (1)$$

¹⁴ La tasa de descuento es igual a la tasa de interés de largo plazo menos la tasa de crecimiento del PIB. A partir de numerosa evidencia empírica, se asume que la tasa de rentabilidad del capital que se puede asemejar a la tasa de interés de largo plazo, gira alrededor de un 7 y 10 % anual. Una tasa de descuento de 5% supone, entonces, que la economía Norteamericana crece a una tasa de un 2 a un 5 % anual. (Guidotti y Kumar), citado en Fierro y Naranjo.

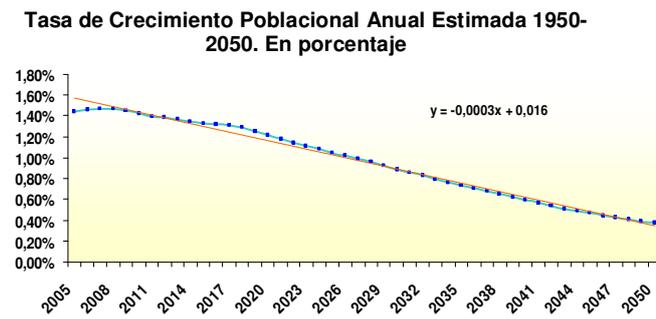
¹⁵ Estimaciones y Proyecciones de población distribuidas por sexo y edades simples. Ecuador 1950-205. División de Población de la comisión Económica para América Latina y el Caribe CELADE - CEPAL CEPAL

Donde $k(t)$ es la variación de la población con respecto al tiempo. Desarrollando la función tenemos:

$$p(t) = p_1 e^{-ct - \frac{bt^2}{2}}$$



Fuente: Estimaciones y proyecciones de población 1950-2050. CEPAL
Tomando como referencia las tasas de crecimiento de la población estimadas para 2006 – 2050 se obtuvo la función de crecimiento que citamos en (2) y se observa en el gráfico No. 21 que si bien la población aumenta conforme al tiempo, este aumento es cada vez menor.



Función de crecimiento promedio 2006-2050:

$$(2) \quad K(t) = 0.016 - 0.003 * t$$

Donde $t = 0$ en el año 2005 (año base).

Con esta función de crecimiento y resolviendo (1) se obtiene que:

$$P(t) = P_{2005} * \text{Exp}(0.016t - 2 * 0,003 * t^2)$$

Donde P_{2005} es el número de ecuatorianos nacidos en el año 2005, así se puede conocer cuántos niños nacen en cada año hasta el 2100.

Otro aspecto para poder proyectar la población, es la tasa de mortalidad, en este caso, se considera el número de individuos que sobreviven en cada año dependiendo de la edad que tengan en el 2005 utilizando la tabla de mortalidad promedio para los años de estudio. Los resultados obtenidos permiten conocer el total de individuos nacidos en el 2005 que continúan vivos en años posteriores o por ejemplo cuántas personas nacidas en el año 2004 viven en los años siguientes al 2005, y así sucesivamente.

Este mismo criterio es aplicado para las nuevas generaciones (nacidas después del 2005), por ejemplo, en el año 2020, se conoce cuántas personas nacidas en el 2006 viven, cuantas del 2007, y así hasta las nacidas en el 2019.

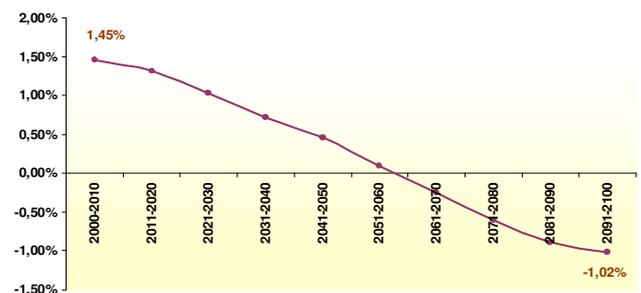
Distribución por edades de la población:

Una vez obtenido el número de niños que nacen cada año, y cuántos sobreviven cada año, es necesario obtener una función de distribución por edades de la población. Para esto se tomó como referencia la población del año 2005 por edades simples y a través de una regresión simple se obtuvo el siguiente gráfico con la respectiva función:

Con todos estos parámetros se pudo obtener la población total estimada asignando a la edad de 0 años los niños que van naciendo cada año, y las demás edades se componen tomando como referencia la población total del año anterior multiplicada por el porcentaje de la función de distribución y por a tasa de mortalidad.

En el gráfico siguiente se puede observar que la tendencia de la tasa de crecimiento de la población ecuatoriana tiende a declinar a partir de la década del 2060, en el año 2006 registra un valor de 1.46% mientras que en el 2100 la tasa es de -1.25%. (Véase Anexo 7)

Tasas de crecimiento poblacional Proyectadas Promedio Ecuador 2000 – 2100



Fuente: Cálculos propios
Elaboración: Los autores

INGRESOS PETROLEROS

De acuerdo a estimaciones realizadas por la dirección de estudios del banco central, en el año 2005 se percibieron 1,567 millones de dólares por venta y exportación de petróleo; para el 2030 se estima un descenso del 23% equivalente a 357 millones de dólares considerando un precio de USD78 por barril. Continuando con esa tendencia, para el desarrollo de la metodología

se estima que los ingresos petroleros cesarán en el 2037 manteniendo el precio constante.

RIQUEZA DEL GOBIERNO

Para el cálculo de la riqueza neta del Gobierno, se consideró los activos externos, la reserva Internacional y los recursos existentes en los fondos petroleros menos la deuda pública externa e interna¹⁶. No se incluyó el valor de la infraestructura pública existente. El valor resultante para el año 2005 fue de 124 millones de dólares.

PRODUCTO INTERNO BRUTO PIB

Para la estimación de éste se utilizaron las series del PIB constante desde el año 1975 hasta el 2005, se obtuvo el PIB per cápita y su respectiva tasa de crecimiento. Para las proyecciones posteriores se consideraron los datos del Banco Central hasta el año 2030 y dos posibles tasas de crecimiento considerados en los escenarios que detallamos a continuación.

ESCENARIOS

Escenario Base

La economía ecuatoriana financia una parte significativa de su gasto con ingresos petroleros y no solo con impuestos como se asume en los supuestos de la metodología de contabilidad generacional, por lo que hemos considerado pertinente incluir este rubro como apoyo para sustentar el gasto en el presente y futuro. La restricción intertemporal del Gobierno quedaría modificada de la siguiente manera:

(3)

$$\sum_{s=2015}^{2037} P_t \frac{1}{(1+r)^{(s-2015)}} + \sum_{k=2015}^{2010} N_{2015,k} + \sum_{k=2015}^{\infty} N_{2015,k} \frac{1}{(1+r)^{(k-2015)}} + \sum_{s=2015}^{\infty} G_s (1+r)^{-(s-2015)} - W_{2015}^g$$

El término P_t representa el valor presente de los flujos petroleros promedio que recibirá el Estado en los próximos años considerando el cese de éstos en el año 2037. Para descontar los flujos futuros y traerlos a valor presente se consideró la tasa de descuento del 8%.

Los impuestos corresponden al 19% del pib. Se tomó como base el promedio de impuestos recaudados por el gobierno central con respecto al pib constante período 1995 – 2005.

¹⁶ En países con capacidad de emisión monetaria se opta por no incluir la deuda pública interna en el cálculo de la riqueza ya que se asume que el gobierno puede emitir dinero en moneda nacional o utilizar mecanismos cambiarios como las devaluaciones para cumplir con esa obligación sin tener que perjudicar a las generaciones futuras a través de endeudamiento externo.

En los gastos del gobierno, se consideraron solo los corrientes de los últimos diez años, equivalentes 23% del PIB constante período 1995-2005.

El promedio de transferencias totales (educación, salud, desarrollo urbano y vivienda, bienestar social y trabajo) corresponde al 6% del PIB constante.

Se asume una tasa de crecimiento del pib del 3% (siguiendo los supuestos utilizados por el banco central).

Escenario 2

Se mantiene la tasa de descuento del 8%. Se asume que el PIB tiene una tasa de crecimiento optimista del 5% tomando en cuenta el promedio de los últimos 5 años. El porcentaje con respecto

Para cada escenario planteado, se calculó el nivel de inequidad intergeneracional, para la programación de la ecuación intergeneracional, se utilizó el Software de Programación Matlab 6.0, sin embargo, debido a que Microsoft Excel ofrece mayores opciones de edición de los resultados, se procedió a exportar a este programa las matrices resultado a través del programa Stat Transfer para ser corrido en la hoja electrónica de Excel, los resultados se obtuvieron gráfica y numéricamente.

ANÁLISIS DE RESULTADOS

Para la interpretación de los resultados se debe comparar la primera fila de las cuentas de las generaciones presentes, es decir las que constan con edad 0 años que son los nacidos en el 2005 y que poseen una cuenta generacional completa y los que constan en la fila PROM FUT que corresponde a la cuenta generacional promedio de un individuo del futuro.

No es posible comparar la cuenta generacional de una persona de 35 años por ejemplo con una del futuro ya que la primera no tiene una cuenta generacional completa pues nació antes del 2005 y si recordamos los lineamientos de la metodología, ésta no considera impuestos pagados ni transferencias recibidas anteriores al año base.

Las cuentas con saldo negativo significan que las transferencias han sido mayores que los pagos realizados por cada persona, mientras que las de signo positivo implican mayores pagos realizados que beneficios recibidos.

La inequidad intergeneracional absoluta se calcula obteniendo la diferencia en valores monetarios entre la cuenta 0 y Prom fut; mientras

que la inequidad relativa se calcula la relación de la inequidad absoluta en relación a la cuenta 0.

**CUENTAS GENERACIONALES GENERACION PRESENTE
MILES DE DÓLARES**

EDAD	ESCENARIOS CRECIMIENTO DEL PIB CONSTANTE		
	ESCENARIO BASE 3%	ESCENARIO 2 5%	ESCENARIO 3 1%
0	-12.046,56	-8.031,40	-16.061,72
5	-7.053,12	-4.849,12	-9.257,12
10	-1.000,83	-1.026,77	-974,89
15	5.338,94	2.969,35	7.708,52
20	8.391,78	4.978,57	11.805,00
25	9.916,10	6.063,80	13.768,39
30	8.355,37	5.284,17	11.426,57
35	5.724,56	3.857,68	7.591,43
40	3.346,23	2.583,82	4.108,64
45	1.287,54	1.406,29	1.168,78
50	-452,74	328,57	-1.234,06
55	-2.013,25	-675,58	-3.350,92
60	-2.389,13	-998,74	-3.779,52
65	-2.291,28	-1.070,63	-3.511,93
70	-2.147,39	-1.149,80	-3.144,97
75	-1.510,21	-948,10	-2.072,32
80	-1.009,43	-596,24	-1.422,62
85	-617,10	-309,94	-924,26
90	-318,75	-80,45	-557,06
94	-138,43	67,87	-344,73
Prom. Generaciones futuras	9.158,92	12.170,29	6.147,55
Inequidad absoluta	21.205,48	20.201,69	22.209,27
Inequidad relativa	-176,03%	-251,53%	-138,27%

En el escenario base, según los resultados obtenidos, se observa que a pesar de la alta carga impositiva actual, existe inequidad con respecto a las generaciones futuras. Esto implica que un individuo nacido en el 2005 pagará durante toda su vida menor cantidad de impuestos que los que tiene que enfrentar alguien del futuro. La cuenta generacional presente es de -12.046 dólares, es decir recibe más transferencias que lo que va a pagar en impuestos. Es importante recalcar que en

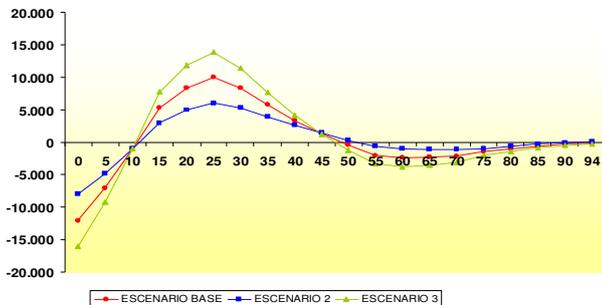
nuestro país la inversión social del gobierno considerada como parte de las transferencias ha sido deficiente y por debajo del promedio de América Latina, situación fácilmente evidenciable en el malestar de nuestra población sobretodo en los sectores de educación y salud que debiendo ser los más básicos no han recibido la atención necesaria. Un resultado negativo en el presente vendría más bien a reflejar lo que dejan de pagar en impuestos al estar compensando estos flujos con ingresos petroleros en lugar de ser lo que reciben como beneficios. La cuenta generacional neta futura es de 9.158 dólares, es decir a pesar de los beneficios que pueda recibir un individuo del futuro, evidentemente el cese de los flujos petroleros implicará un aumento de impuestos para las futuras generaciones de 21.205 (inequidad absoluta) por persona para compensar el desbalance. En términos porcentuales, las generaciones del 2005 están siendo subsidiadas, por decirlo así en un 176%.

En el escenario 2 suponiendo un crecimiento optimista del pib del 5%, observamos que también existe inequidad intergeneracional entre el presente y el futuro. Las generaciones presentes siguen manteniendo saldos negativos en sus cuentas de -8.031 dólares, mientras que los del futuro deberán compensar con impuestos el gasto del Estado ya que su cuenta generacional es de 12.170 dólares, una cantidad aún mayor a la del escenario anterior. Esto se debe básicamente a que el pib de nuestra economía está íntimamente relacionado con el componente de impuestos y no a otro sector que pueda aliviar la carga impositiva al momento de reducir el rubro petrolero. La inequidad absoluta es menor que el caso anterior, 20.201 dólares sin embargo es bastante significativa. Un aspecto particular es el resultado de la inequidad relativa que asciende a -251.53 % y es la mayor de los tres escenarios.

En el escenario 3 considerando un crecimiento estimado del pib del 1% anual, vemos que la cuenta generacional presente se reduce significativamente a -16.061 siendo en este escenario en el cual las generaciones presentes se benefician más de la carga impositiva actual. Esto probablemente se deba a que un aumento del pib obligadamente influye en un crecimiento de impuestos presentes y futuros más no de los ingresos petroleros, pues éstos han sido considerados de manera independiente. Es por esta razón que por el agotamiento progresivo de los flujos petroleros aunque en el presente el gobierno decidiera subir los impuestos, no bastaría para compensar el gasto. En este punto podemos evidenciar la necesidad de la creación urgente de fuentes alternativas de

ingreso, sin embargo es en este escenario en el cual las generaciones futuras al igual que las presentes, se benefician más pues la carga impositiva es menor que la de los otros dos.

Cuentas generacionales presentes de 5 a 100 años



En el gráfico anterior se observa otra característica importante de los tres escenarios, la carga generacional aumenta conforme aumenta la edad de los individuos, y vemos como niños desde los 11 años en adelante en lugar de recibir beneficios durante su vida, como se determinó en los supuestos iniciales, deberán pagar impuestos, citamos como ejemplo los 5.338 dólares de los niños de 11 años del escenario base. Observamos también que en todos los casos las personas empiezan a recibir beneficios a partir de los 50 años de edad.

En todos los escenarios se observa que, los individuos de 20 y 35 años son quienes tienen cuentas generacionales más altas, esto coincide con los años en los cuales se da el cese petrolero, pues para el 2037 los nacidos a partir del 2005 pertenecerán a estas cohortes de edad y serán los más perjudicados.

Con fines ilustrativos, se corrieron varios escenarios más. Es importante dar a conocer que de acuerdo a los resultados, en un panorama muy optimista de crecimiento del PIB del 8% anual, las cuentas generacionales se estabilizan. Si bien, se mantiene un nivel de inequidad perjudicial para las generaciones futuras el panorama es más alentador.

CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

CONCLUSIONES

El estudio realizado muestra en todos los escenarios que las generaciones futuras de Ecuador, tendrán que afrontar una carga fiscal mayor a la de las generaciones presentes, lo que determina que existe inequidad intergeneracional.

Los ecuatorianos nacidos hasta el año 2005 poseen una cuenta generacional con valores negativos lo que a simple vista significaría que

reciben una cantidad de transferencias en educación, salud, bienestar social, desarrollo urbano y vivienda mayores de lo que esperamos recibir en el futuro. Pero no olvidemos que al modificar la ecuación original, se incluyeron los ingresos petroleros no como un beneficio extra que reciben los ciudadanos sino más bien como un aliciente que cubre parte del gasto total del gobierno y compensa la igualdad en la ecuación. Los saldos generacionales negativos por tanto no se los debería interpretar como beneficios recibidos directamente sino como un pago que a las personas no "deben hacer", pues está cubierto por el ingreso del petróleo.

Los impuestos deben incrementarse en igual o mayor tasa de lo que decrecen los ingresos petroleros pues no existe actualmente otra fuente de financiamiento del gasto público.

En el Ecuador y de acuerdo a las proyecciones de los ingresos petroleros a través del tiempo, consideramos que no sería viable la implementación de un fondo de ahorro intergeneracional en vista de que las reservas probadas de petróleo están por agotarse. Si consideramos el objetivo de un fondo de ahorro que es la acumulación de riquezas para beneficios a largo plazo más no solo a mediano y corto plazo, el porcentaje de acumulación de recursos en el fondo debería ser tan elevado que resultaría también en inequidad, pues sería como pretender quitarles el peso a las generaciones futuras y pasárselas a las presentes. Aunque se consiguiera distribuir la carga impositiva lo más equitativo posible, en términos monetarios no sería significativo.

Analizando también los fondos de estabilización petroleros creados en nuestro país, consideramos que sus objetivos y manejo nunca estuvieron encaminados a buscar la equidad entre distintas generaciones, tampoco se ha logrado canalizar adecuadamente los ingresos de estas cuentas dentro de una misma generación, han consistido más bien en un mecanismo fiscal de manejo de excedentes sin ninguna política generacional.

Es importante recalcar que el gobierno del país no se mostrará indiferente ante el agotamiento del recurso petrolero, las estimaciones consideradas en el presente estudio toman en cuenta la tecnología e infraestructura actual, pues como vimos en el capítulo tres, existen distintos tipos de reservas petroleras las cuales pudieran ser extraídas y disponer de este recurso por más tiempo si se realiza la inversión necesaria en el sector petrolero.

RECOMENDACIONES

La metodología de Contabilidad generacional utiliza una serie de supuestos, es importante definir cuáles de estos se ajustan a la realidad de cada país y realizar los cálculos necesarios en base a éstos.

Para el Ecuador es necesario tener una estimación clara de la riqueza del país, que contenga una valoración de activos y pasivos, y sobretodo transparentar y sistematizar la información que se difunde en las diferentes instituciones públicas. Al considerar al Ecuador como un país petrolero, existan estudios disponibles al público y estudiantes acerca de las reservas probadas de crudo, estimaciones, proyecciones, etc., con el afán de poder tener un grado mayor de confianza en los resultados arrojados por los modelos e investigaciones futuras.

En el Ecuador no existen planes de inversión claros en áreas de salud, educación y los demás sectores sociales. Este particular fue un gran obstáculo al tratar de asignar el gasto por intervalos de edad para formar la función de transferencias.

La metodología de Contabilidad generacional ofrece resultados bastante interesantes para los hacedores de política fiscal de una nación, por lo que recomendamos para futuros estudios, el tomar en cuenta aspectos como la migración, la tasa de empleo y desempleo, el trabajo informal, y el género de la población, pues los resultados de éste método son extremadamente sensibles a éstas variables.

Un aspecto importante que sugerimos es observar el comportamiento de las cuentas generacionales si se reduce o incrementa el gasto del gobierno, pues de acuerdo a los supuestos de este estudio, el gasto per cápita se mantuvo constante a través del tiempo y los niveles de inequidad fueron bastante altos. Posiblemente con una reducción del mismo, a través de una política discrecional, las cuentas generacionales del futuro sean menores.

Es necesario acotar que el sector petrolero en el Ecuador es la rama de mayor potencial inmediato y podría generar aún más ingresos para las arcas fiscales. Actualmente existe petróleo exportable, los precios tienen tendencia al alza y aún no es tarde para pensar en un aumento de la producción de los campos existentes, aumento de las reservas con exploración con potencial para aumentar la refinación para incrementar el horizonte de extracción.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- Auerbach Allan; Kotlikoff, Laurence; Leibfritz, Willy. 1999. "Generational Accounting Around the World", NBER, The University of Chicago Press. National Bureau of Economic Research.
- Baldini A. "Fiscal Policy and Business Cycles in an Oil-Producing Economy: The Case of Venezuela". FMI, Working Paper WP/05/23, diciembre 2005. - BANCO CENTRAL DEL ECUADOR, "Informe del Directorio al Excelentísimo Señor Presidente de la República y al Honorable Congreso Nacional". Apuntes de Economía No. 48. Primer semestre 2004.
- Brown E. "Environmental Change and International Law: New Challenges and Dimensions". Tomado de FERNÁNDEZ A; GÓMEZ J; MANZANO, O. Op Cit. Pág. 20.
- Cherni Judith. A. "La relación entre el Capital y Capital Natural: Ganadores y Perdedores". Ponencia expuesta en el Seminario Internacional de la Red de Estudios de la Economía Mundial REDEM 2004, Barcelona, España.
- Costanza, Robert. 1991. Ecological Economics. "The Science and Management of Sustainability". Columbia University Press, New York. Citado en Martínez Alier J.; Roca. "Economía Ecológica y Política Ambiental".
- Daly Herman. 1989. "Criterios Operativos para el Desarrollo Sostenible". Departamento de Medio Ambiente del Banco Mundial, Washington, DC. USA.

- Davis, J; Ossowski, R; Daniel, J; Barnett, S. "Fondos Petroleros ¿solución o problema?" . Finanzas y Desarrollo, diciembre 2001.
- El Serafy Salah, 1989, "The Proper Calculation of Income from Depletable Natural Resources" . World Bank, Washington, DC.
- Falconi Fander; Ponce Juan. "¿Influyen los precios del petróleo en el alza de los Global 12?" . Quito, Junio 2005.
- Fasano Ugo. "Review of the Experience with Oil Stabilization and Saving Funds in Selected Countries". FMI, Working Paper 00/112.
- Fierro Renoy Virginia.; Naranjo M. 2003. "ECUADOR: Sostenibilidad Fiscal y Desarrollo Humano 1970-2010", Programa de las Naciones Unidas para el Desarrollo (PNUD) y UNICEF. Quito-Ecuador.
- ILDIS; FLACSO "Análisis de Coyuntura Económica 2005".
- International Monetary Fund, Country Report No. 05/231. Julio 2005.
- Kakwani N, Krongkaew M, Thailand's Generational Accounts en Auerbach A. J., Kotlikoff L. J., Leibfritz, W.
- Kapp, William. 1976. "El Carácter Abierto de la Economía y sus Implicaciones", en AGUILERA KLINK, F.; ALCÁNTARA, V.
- Kotlikoff L; Leibfritz W. " An International Comparison of Generational Accounts " en AUERBACH, A.J., KOTLIKOFF, L.J., LEIBFRITZ, W. " Generational Accounting Around the World " , NBER, The University of Chicago Press, 1999.
- LA JORNADA, México, Anuncio de prensa, viernes 6 de enero de 2006.
- Martinez Alier Joan; Roca Jusmet. 2000. "Economía Ecológica y Política Ambiental". Programa de las Naciones Unidas para el Medio Ambiente. (PNUMA), México.
- Naredo Juan Manuel, Fundamentos de la Economía Ecológica, ponencia presentada al IV Congreso Nacional de Economía, Desarrollo y Medio Ambiente. en AGUILERA KLINK, FEDERICO.; ALCÁNTARA, V. comp, 1994. "De la Economía Ambiental a la Economía Ecológica". Fuhem- Icaria, Barcelona.
- Oreopoulos P, "Canada: On the Road to Fiscal Balance", en Auerbach A.J., Kotlikoff L.J., Leibfritz, W.
- Pareja J "Veinticinco Años de petróleo en el Ecuador: Autonomía técnica y financiera para la Empresa Estatal" . En 25 Años de Exportación del Crudo Oriente: Pasado y Futuro del Crudo en el Ecuador, II Foro Petrolero. Quito, Ecuador 1997.
- Raman K. K. "The Balanced Budget and Interperiod Equity: Implications for financial reporting" . Citado en FERNÁNDEZ A; GÓMEZ J; MANZANO O. "Aplicación de Distintos Esquemas de Fondos Patrimoniales y sus Efectos Intergeneracionales en Venezuela". Tesis de grado para la obtención del título de economistas, Universidad Andrés Bello, Caracas Venezuela, 2000.

- Rangel A. 1999. "Forward and Backward Intergenerational Goods: A Theory of Intergenerational Exchange". Department of Economics, Stanford University and NBER.

- Registro Oficial No. 589. Cap. III, Art. 13 -
Registro Oficial No. 589. Cap. III, Art. 17

- Reyes Fernando; Ajamil César. 2005. "Petróleo, Amazonía y Capital Natural". Fondo Editorial Casa de la Cultura Ecuatoriana.

- Steigum E, Gjersem C, "Generational Accounting and Depletable Natural Resources: The Case of Norway." en AUERBACH, A.J., KOTLIKOFF, L.J., LEIBFRITZ.

- Suplemento del Registro Oficial No.34 del 13 de marzo del 2000 Art. 44 y el Registro Oficial No. 181 del 30 de Abril de 1999. Art. 58a.

- Takayama N; Kitamura Y.; Yoshida H.; 1999 "Generational Accounting in Japan " en AUERBACH, A.J., KOTLIKOFF, L.J., LEIBFRITZ, W.

- Tamanes Ramón. 1995. "Ecología y Desarrollo Sostenible" .La Polémica Sobre los Límites del Crecimiento. Alianza Editorial, sexta edición, España.

- Van Hauwermeiren S. 1999. "Manual de Economía Ecológica" . Programa De Economía Ecológica/Instituto de Ecología Política (Chile); ILDIS; Ediciones ABYA-YALA; Instituto De Estudios Ecologistas Del Tercer Mundo (Ecuador).

- www.albertaheritagefund.com

ELABORACIÓN DE INSTRUMENTOS PARA LA DETERMINACIÓN DE LA DEMANDA SOCIAL DE LOS PROFESIONALES QUE FORMA LA ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL. Y APLICACIÓN PARA LA CARRERA DE INGENIERÍA EN CIENCIAS ECONÓMICAS Y FINANCIERAS DE LA FACULTAD DE CIENCIAS, EN EL DISTRITO METROPOLITANO DE QUITO

STALIN ALEXANDER APOLO GAIBOR

**FACULTAD DE CIENCIAS
INGENIERÍA EN CIENCIAS ECONÓMICAS Y FINANCIERAS
ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL**

DIRECTOR: MAT. ALEJANDRO ARAUJO

Quito, Octubre 2008

Introducción

“La crisis de la educación ecuatoriana es integral y estructural. La educación está divorciada de la realidad económica, política y social del país. Es una educación que ata al país y a las personas al pasado y a sus peores males: el autoritarismo, el memorismo, la opresión y la ignorancia”¹.

La educación universitaria del Ecuador no ha escapado a esta crisis integral y estructural; y también a este divorcio entre la educación superior y la realidad económica, política y social del país; es así que en el país se están formando profesionales sin tomar en cuenta si la sociedad los necesite o no, esto causa dos problemas al mismo tiempo; ya que hay ramas profesionales que se saturan, causando desempleo y pauperización del ingreso del profesional de esta rama, mientras que por otro lado, existe o se genera un déficit de profesionales en otras ramas.

La realidad por la que pasa nuestra sociedad ecuatoriana hace indispensable que la educación superior de nuestro país fundamente la formación de sus profesionales en relación a la demanda social presente y futura de dichos profesionales.

El presente proyecto de titulación abarca la elaboración de instrumentos para la determinación de la demanda social de los profesionales que forma la Escuela Politécnica Nacional (EPN) y la aplicación de los mismos en la Carrera de Ingeniería en Ciencias Económicas y Financieras.

Por la inexistencia de estudios anteriores se partirá de lo específico hacia lo general, se elaborarán instrumentos para la determinación de la demanda social de los profesionales que se forman en la Carrera de Ingeniería en Ciencias Económicas y Financieras (CICEF), de la Facultad de Ciencias de la EPN, en el Distrito Metropolitano de Quito; luego se generalizarán dichos instrumentos, para que puedan ser utilizados en otras carreras de la EPN.

Dentro de la teoría utilizada se tiene: a la investigación por muestreo que permitirá seleccionar de una manera adecuada a los actores sociales que serán objeto de estudio; elaboración de las encuestas con las que se realizará el levantamiento de información de los actores sociales; la triangulación de datos que nos permitirá analizar los datos obtenidos desde una perspectiva más amplia que involucre a todos los actores sociales inmersos en la determinación de la demanda social de los profesionales que forman las universidades.

Hipótesis

Hipótesis general

La utilización de encuestas por muestreo y del método de triangulación para el tratamiento de los datos proporcionados por las mismas, permitirá determinar la demanda social de los/as Ingenieros/as en Ciencias Económicas y Financieras

¹ Jose Echeverría, Propuestas ciudadanas a la asamblea constituyente en el tema educativo, 1 de Febrero del 2008, versión electrónica en: <http://www.inversion-social.ec/2008/02/01/propuestas-ciudadanas-a-la-asamblea-constituyente-en-el-tema-educativo/>.

Hipótesis específicas

- i. La Escuela Politécnica Nacional aun conserva un alto prestigio en el sector externo, pero ha disminuido el crédito y aceptación de sus graduados.
- ii. La formación del Ingeniero/a en Ciencias Económicas y Financieras, le asegura una favorable inserción en el mercado laboral, sin embargo se pueden introducir mejoras al plan y programa de estudios.
- iii. Existe una brecha entre las aspiraciones salariales de los graduados y el sueldo que ofrecen las empresas a los mismos
- iv. La mayoría de profesores de la Carrera de Ingeniería en Ciencias Económicas y Financieras cree que los profesionales que se forman en la misma, poseen buenos conocimientos científicos y técnicos, pero carecen de otras cualidades de interrelación con los demás, en particular de liderazgo, expresión oral y trabajo en equipo.
- v. La información obtenida en el presente estudio nos permitirá sugerir cambios, que permitan mejorar el diseño curricular de la Carrera de Ingeniería en Ciencias Económicas y Financieras.

Desarrollo

Demanda social

Dado que la sociedad sigue un proceso dinámico en su evolución, los bienes y servicios demandados evolucionan permanentemente y constantemente a lo largo del tiempo, con esta perspectiva definiremos a la demanda social como: las necesidades sociales que nacen de la carencia o desproporción existente entre la producción de bienes o servicios y las necesidades sociales en un momento dado; dicho de otra manera, los bienes o servicios ofertados en el mercado en un momento dado pueden estar acorde a necesidades individuales pero no necesariamente estar acorde a las necesidades de la colectividad.

Demanda social de profesionales

La necesidad de profesionales en una sociedad no responde solo a los factores económicos; una sociedad tiene necesidad de cierta cantidad de ciudadanos instruidos o más instruidos en ciertas áreas, en función de los posibles cambios estructurales; el estado tiene necesidad de profesionales para múltiples motivos, uno de ellos es el de elevar el nivel cultural, y el nivel de conciencia de la población, con el propósito de crear las condiciones que generen una mayor participación democrática de la sociedad.

Al hablar de demanda social de profesionales, hay que definir claramente los actores sociales que conforman esta demanda. Se tienen los siguientes actores: los estudiantes de secundaria que desean acceder a la educación superior, las instituciones de educación superior que son los que forman a los profesionales, y las empresas e instituciones públicas y privadas, que acogen a los profesionales.

Para la determinación de la demanda social de los profesionales que forma la Escuela Politécnica Nacional, no se tomará en cuenta la demanda de los estudiantes de secundaria por ingresar a la EPN, ya que desde hace algunos años se viene tomando una prueba de aptitud politécnica para seleccionar a los aspirantes por el exceso de demanda que tiene la misma.

En la presente investigación se realizará un estudio particular, para luego generalizarlo; los actores sociales que serán tomados en cuenta para el estudio de la demanda social de los profesionales que se forman en la Carrera de Ingeniería en Ciencias Económicas Financieras son:

- Los profesores de la CICEF
- Las empresas relacionadas a la CICEF

Se espera además mediante la presente investigación determinar el requerimiento social, que se define como la segunda etapa de la demanda; significa que la demanda que emana de las necesidades sociales determina al mismo tiempo, no solamente la producción del objeto (bien o servicio), sino también la manera en que será consumido. Para analizar este requerimiento social se necesita conocer el comportamiento del bien o servicio dentro de la sociedad, para esto se tomará en cuenta la información obtenida en la demanda social y la información obtenida del comportamiento del bien o servicio; para obtener dicha información se analizará a:

- Los Graduados de la CICEF

Muestra

Se decidió censar todos los profesores encargados de las materias obligatorias de la malla curricular de la CICEF.

Se utilizó el muestreo aleatorio simple para obtener la muestra de los graduados de la CICEF, se utilizó las formulas que están a continuación:

$$n = \frac{N\sigma^2}{(N-1)D + \sigma^2} \quad \text{y} \quad n = \frac{Npq}{(N-1)D + pq}$$

Donde:

$$D = \frac{B^2}{(Z_{\alpha/2})^2}, \text{ Con un 95\% de confianza se obtuvo:}$$

Como no se tenían estudios anteriores, y tanto σ^2 como p son desconocidos, para poder determinar n se siguió las siguientes ideas:

- 1) Tiempo en que los graduados consiguieron su primer empleo estable: se planteo que lo pudieron conseguir inmediatamente, y que en el peor de los casos se demoraron hasta 10

meses, utilizando la idea del teorema de Tchebysheff, y con una magnitud de error de estimación de 0,5 meses, se tiene lo siguiente:

Población (N)	B	σ	Muestra (n)
115	0,5	2,25	48

- 2) Proporción de graduados que se encuentran trabajando en la actualidad: se planteo que al menos el 90% de los graduados deberían encontrarse trabajando, y con una magnitud de error de estimación del 5% se tiene lo siguiente:

Población (N)	B	p	q	Muestra (n)
115	0,05	0,9	0,1	65

- 3) Ingreso mensual de los graduados: se planteo que en el peor de los casos un graduado debería estar percibiendo alrededor de 500 \$, y siendo un poco austeros decidimos que como tope su ingreso mensual sería de 1500 \$, con una magnitud de error de estimación de 50 \$, se obtuvo lo siguiente:

Población (N)	B	σ	Muestra (n)
115	50	202,5	48

Según la teoría de la investigación por muestreo, cuando se toma una muestra que responda a varios objetivos, se elijará la muestra que represente a todos los objetivos, esta resulta ser la de mayor tamaño, se eligió realizar una muestra de 65 graduados de los 115 que componen la población, se le añadirá un 10% de individuos con relación a la muestra, por un posible fenómeno de no respuesta.

Se utilizó el muestreo aleatorio estratificado para obtener la muestra de las empresas relacionadas con la CICEF, se utilizó la formula que está a continuación:

$$n = \frac{\sum_{i=1}^L N_i^2 \sigma_i^2 / w_i}{N^2 D + \sum_{i=1}^L N_i \sigma_i^2}$$

Donde:

$$D = \frac{B^2}{(Z_{\alpha/2})^2}$$

Con un 95% de confianza se obtuvo:

Como no se tienen estudios anteriores, y σ^2 es desconocida, para poder determinar n se siguió la siguiente idea:

Salario que las empresas consideran adecuado, para un profesional en Economía y Finanzas con poca experiencia laboral: se planteo que la cifra más baja que la empresa pagaría es de 300 \$ y que la más alta sería de 800 \$, con una magnitud de error de estimación de 25 \$ tenemos:

Población (N)	N1/W1	N2/W2	N3/W3	B	σ	Muestra (n)	n1	n2	n3
1044	295/0,35	390/0,4	359/0,25	25	112,5	80	28	32	20

Se eligió realizar una muestra de 80 empresas de las 1044 que componen la población, se le añadirá un 10% de elementos con relación a la muestra, por un posible fenómeno de no respuesta.

Resultados

Una vez realizadas las encuestas a los actores sociales antes descritos, los resultados obtenidos son los siguientes:

- 1) No se pudo realizar el análisis de la encuesta de los graduados de la CICEF, por el alto índice de no respuesta, un 81%; una posible causa, es que los graduados no respondieron a la encuesta por ocultar información, que de cuenta que se encuentran en una situación laboral menos favorable que la de los que contestaron la encuesta.
- 2) Como no se pudo analizar la encuesta de graduados, no se analizará la hipótesis específica tercera que dice: existe una brecha entre las aspiraciones salariales de los graduados y el sueldo que ofrecen las empresas a los mismos.
- 3) La información proporcionada por los profesores resulta ser muy relevante, ya que en promedio han dictado clases en la CICEF durante 9,67 semestres, y han tenido durante este tiempo en promedio 2,33 materias a su cargo, lo que da la posibilidad de tener una percepción muy clara sobre los estudiantes que cursaron las materias a su cargo, y sobre los profesionales que se forman en la CICEF
- 4) En relación a la hipótesis específica primera que dice: La Escuela Politécnica Nacional aun conserva un alto prestigio en el sector externo, pero ha disminuido el crédito y aceptación de sus graduados, se tiene:
 - ❖ El 53,28% de las empresas tiene una muy buena apreciación de los profesionales que forma la EPN, el 35,0% tiene una excelente apreciación, el 6,7% tiene una buena apreciación, el 3,9% tiene una apreciación indiferente sobre los profesionales que forma la EPN y el 1,2% tiene una mala apreciación.
 - ❖ El 57,7% de las empresas tiene dentro de su nómina de empleados profesionales de la EPN, el 42,4% de las empresas no los tiene.
 - ❖ El 96,1% de las empresas contrataría profesionales de la EPN, el 3,9% de las empresas no los contrataría.

De las afirmaciones se puede observar que, el 88,3% de las empresas tiene una muy buen o una excelente apreciación sobre los profesionales, el 96,1% de la empresas contrataría profesionales de la EPN; por lo tanto se concluye que la EPN aun conserva su alto prestigio en el sector externo; como no existe información anterior sobre la aceptación de los profesionales de la EPN, no se puede concluir si esta ha disminuido o no, pero es claro que el profesional politécnico tiene un alta aceptación.

5) En relación a la hipótesis específica segunda que dice: La formación del Ingeniero/a en Ciencias Económicas y Financieras, le asegura una favorable inserción en el mercado laboral, sin embargo se pueden introducir mejoras al plan y programa de estudios, se tiene:

- ❖ El 72,7% de los profesores de la CICEF considera que la formación recibida en la Carrera de Ingeniería en Ciencias Económicas y Financieras, les asegura a los profesionales una favorable inserción laboral.
- ❖ De los profesores que dan cátedra en la CICEF, un 61% de ellos ejerce su profesión además de la cátedra universitaria; de este 61% de profesores, las tres cuartas partes considera que existen posibilidades de empleo para los Ingenieros/as en Ciencias Económicas y Financieras en las empresas o instituciones donde trabajan.
- ❖ Se esperaba poder corroborar esta hipótesis, a más de con la información de los profesores, mediante el análisis de la encuesta de graduados, esto no se pudo realizar por las razones anteriormente descritas.

De las afirmaciones anteriores, se puede observar que no es posible concluir de forma categórica, que la formación del Ingeniero/a en Ciencias Económicas y Financieras le asegura una favorable inserción en el mercado laboral. Sin embargo en relación a las posibilidades de introducir mejoras al plan y programas de estudio, se tiene:

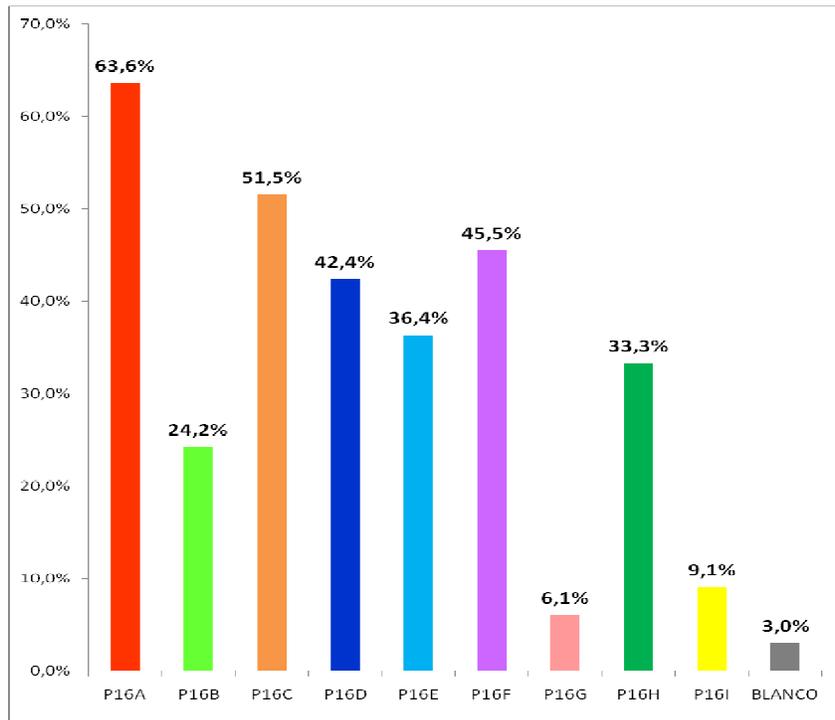
- ❖ El 78,8% de los profesores de la CICEF considera que la carga horaria asignada a las materias que dictaron es la adecuada, un 12,12% considera que no es la adecuada.
- ❖ El 57,6% de los profesores de la CICEF considera que los prerrequisitos de las materias que dictó están bien formulados, el 27,3% de los profesores considera lo contrario.
- ❖ El 60,6% de los profesores de la CICEF considera que los contenidos de las materias que dictó están bien formulados, el 24,2% de los profesores cree que no están bien formulados.
- ❖ El 90,9% de los profesores de la CICEF considera que las materias que dictaron contribuyen adecuadamente a la formación de un/a Ingeniero/a en Ciencias Económicas y Financieras.
- ❖ El 42,4% de los profesores de la CICEF, creen que las materias que conforman la malla curricular de la CICEF, son suficientes para asegurar una buena formación académica y profesional, un 33,33% de los profesores considera lo contrario.

De las afirmaciones anteriores, se puede decir que la mayoría de los profesores de la CICEF están de acuerdo con la carga horaria asignada a sus materias, con los prerrequisitos de las mismas y con los contenidos, además el 90,9% de los profesores de la CICEF cree que las materias que dictaron contribuyen adecuadamente a la formación de un/a Ingeniero/a en Ciencias Económicas y Financieras, pero no es mayoritario el porcentaje de profesores que

considera que las materias que conforma la malla curricular de la CICEF, son suficientes para asegurar una buena formación académica y profesional; por lo tanto se concluye que si se pueden introducir mejoras al plan y programa de estudios de la CICEF.

- 6) En relación a la hipótesis específica cuarta que dice: La mayoría de profesores de la Carrera de Ingeniería en Ciencias Económicas y Financieras cree que los profesionales que se forman en la misma, poseen buenos conocimientos científicos y técnicos, pero carecen de otras cualidades de interrelación con los demás, en particular de liderazgo, expresión oral y trabajo en equipo, se tiene:

Fortalezas de los/as Ingenieros/as en Ciencias Económicas y Financieras



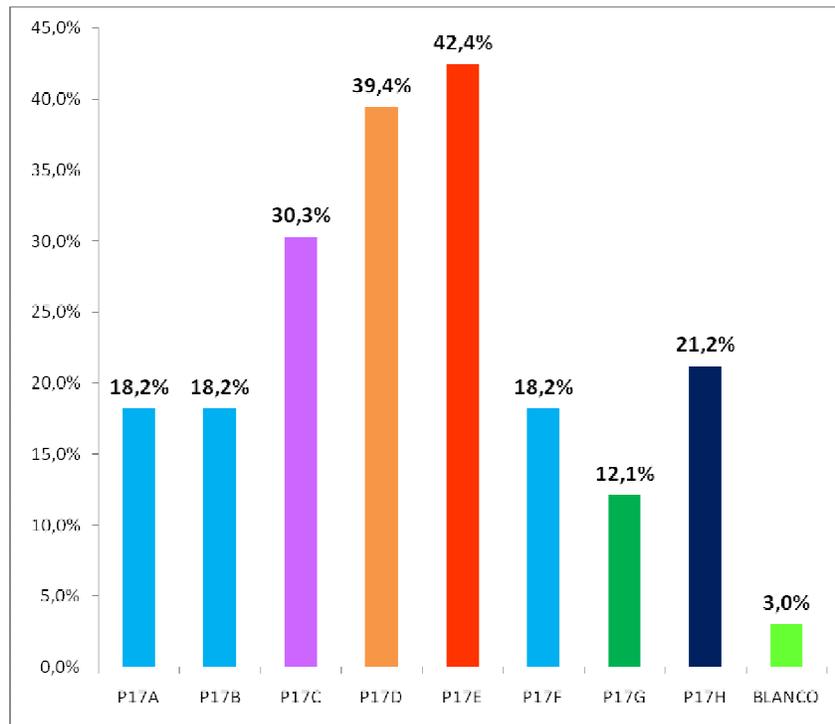
Fuente: Encuesta a los profesores de la CICEF

Elaboración: Stalin Apolo (Autor)

Donde:

P16A	63,6%	Capacidad de abstracción, análisis y síntesis
P16B	24,2%	Capacidad de liderazgo
P16C	51,5%	Capacidad de trabajar bajo presión
P16D	42,4%	Capacidad de trabajar en grupo
P16E	36,4%	Creatividad
P16F	45,5%	Ética
P16G	6,1%	Facilidad para hablar en público
P16H	33,3%	Pensamiento crítico
P16I	9,1%	Otras

Debilidades de los Ingenieros en Ciencias Económicas y Financieras



Fuente: Encuesta a los profesores de la CICEF

Elaboración: Stalin Apolo (Autor)

Donde:

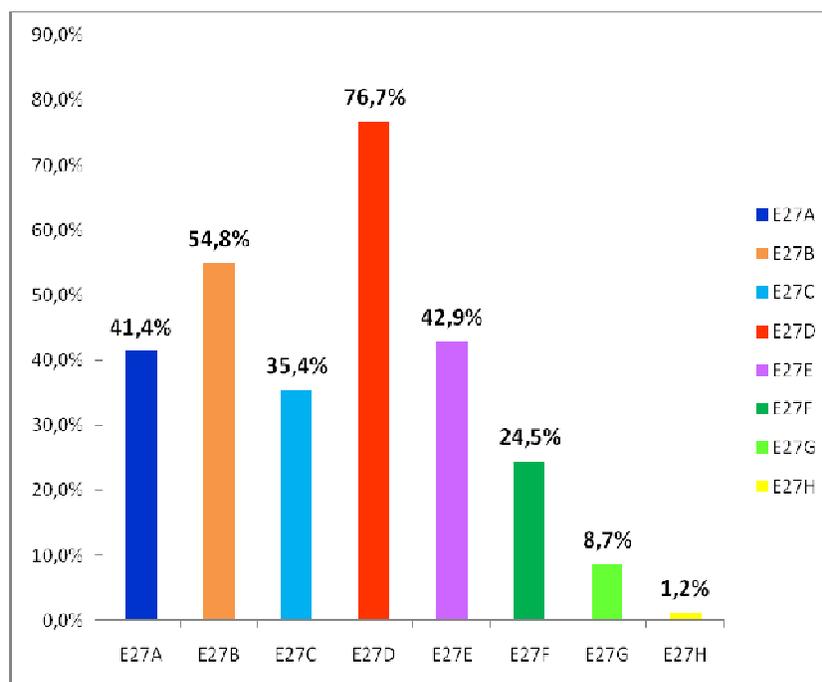
P17A	18,2%	Conocimientos Insuficientes
P17B	18,2%	Individualistas
P17C	30,3%	No poseen pensamiento crítico
P17D	39,4%	No pueden hablar en público
P17E	42,4%	No saben ser líderes
P17F	18,2%	No saben trabajar en grupo
P17G	12,1%	No trabajan bien bajo presión
P17H	21,2%	Otras

- ❖ El 24,2% de los profesores considera que los profesionales de la CICEF, tienen capacidad de liderazgo; sin embargo 42,4% de los profesores cree que los profesionales de la CICEF no saben ser líderes
- ❖ El 6,1% de los profesores considera que los profesionales de la CICEF, tiene facilidad para hablar en público; sin embargo el 39,4% de los profesores cree que los profesionales de la CICEF no pueden hablar en público.
- ❖ El 42,4% de los profesores cree que los profesionales de la CICEF, tienen la capacidad de trabajar en grupo; sin embargo el 18,2% de los profesores cree que los profesionales de la CICEF no saben trabajar en grupo.

De las afirmaciones anteriores, se puede observar, que ninguna de las percepciones de las destrezas y/o capacidades anteriores es mayor al 50%, ni tampoco los profesores que consideran que los profesionales de la CICEF no tienen estas destrezas y/o capacidades es mayor al 50%, por lo tanto se concluye que no es la mayoría de profesores los que creen que los profesionales de la CICEF, carezcan de: capacidad de liderazgo, facilidad para hablar en público y capacidad de trabajo en grupo.

- 7) Tan solo el 23,9% de las empresas consigue a su personal mediante contactos con centros educativos, lo cual da cuenta de un nivel muy bajo de relación entre las empresas e instituciones con los centros educativos de nivel superior.
- 8) La mayoría de las empresas considera que las ventajas de un profesional joven son: la disposición para aprender con el 76,7% de las empresas, los conocimientos actualizados con el 54,8% de las empresas.

Ventajas de contratar un profesional universitario recientemente graduado

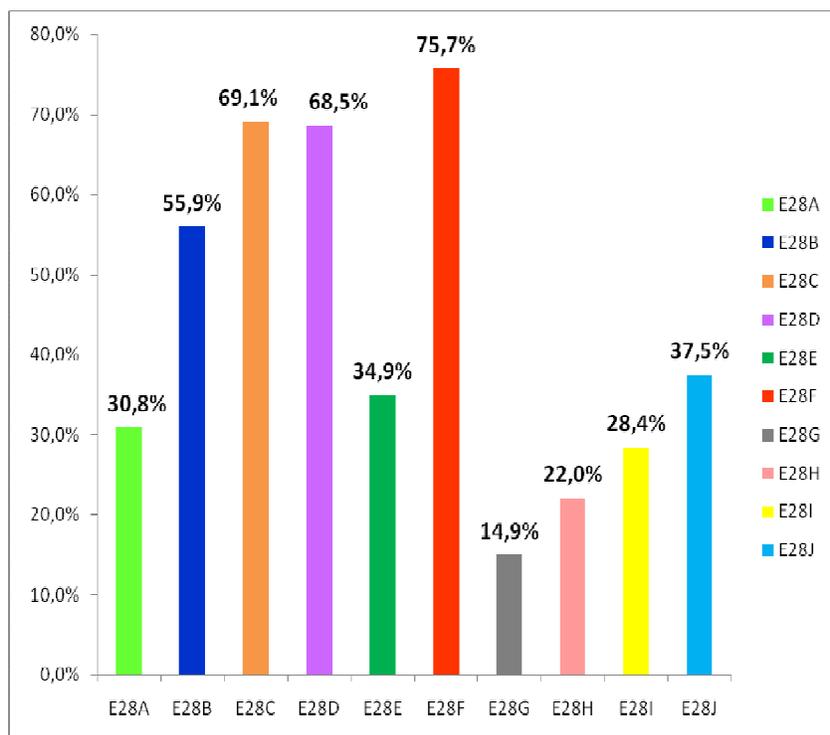


Fuente: Encuesta a las empresas relacionadas con la CICEF

Elaboración: Stalin Apolo (Autor)

- 9) Las destrezas y/o capacidades que más requieren de un profesional las empresas son: ética profesional con el 75,7% de las empresas, capacidad para trabajar bajo presión con el 69,1% de las empresas, capacidad para trabajar en grupo con el 68,5% de las empresas, capacidad de liderazgo con el 55,9% de las empresas.

**Destrezas y/o capacidades que debe poseer un profesional
Para trabajar dentro de su empresa o institución**



Fuente: Encuesta a las empresas relacionadas con la CICEF

Elaboración: Stalin Apolo (Autor)

- 10) El salario promedio que ofrecen las empresas a un profesional joven depende del cargo; pero en general a un profesional que recién ingresa a la empresa, le ofrecen un salario de: \$ 675,0 las empresas más grandes del Distrito Metropolitano de Quito; \$ 499, 2 las empresas más afines a la CICEF; y \$ 650,0 las sucursales extranjeras. Para sintetizar, se podría decir que las empresas ofrecen un salario promedio de \$ 608,1.

Oferta salarial promedio de las empresas, para un profesional con poca experiencia.

	Estimación Puntual	Intervalo de confianza al 95%	
Afines	\$ 499,2	\$ 435,1	\$ 563,2
Grandes	\$ 675,0	\$ 559,3	\$ 790,7
Sucursales Extranjeras	\$ 650,0	\$ 521,8	\$ 778,2

Fuente: Encuesta a las empresas relacionadas con la CICEF

Elaboración: Stalin Apolo (Autor)

11) El 87,7% de las empresas dicen que el perfil del profesional de la CICEF está acorde a sus necesidades y exigencias; el 94,9% de las empresas contrataría a un/a Ingeniero en Ciencias Económicas y Financieras. Las actividades más requeridas por las empresas, para que los profesionales de la CICEF los realicen son: el 74,1% de las empresas le encargarían al profesional de la CICEF actividades relacionadas con las finanzas, el 41,4% de las empresas le encargarían actividades relacionadas con la administración. El 52,5% de las empresas contrataría profesionales de la CICEF para mandos medios.

12) En relación con la hipótesis general que dice: La utilización de encuestas y del método de triangulación para el tratamiento de los datos proporcionados por las mismas, permitirá determinar la demanda social de los/as Ingenieros/as en Ciencias Económicas y Financieras, se tiene:

- ❖ Se debe recordar que la demanda por parte de los estudiantes de secundaria fue desestimada. Utilizando la triangulación de datos se obtuvo que, la demanda de profesionales en economía y finanzas al mes de agosto es de 156,8 empresas.
- ❖ La demanda efectiva por profesionales de la CICEF es de 11,12 empresas.
- ❖ Suponiendo una oferta de profesionales estable semestral de 14.4 graduados, se tiene que tan solo 3,2 graduados tendrían que salir a competir por un puesto de trabajo, ya que 11.2 serían absorbidos de forma casi inmediata por las empresas.

**Intervalos de Confianza para la demanda social efectiva
De los profesionales de la CICEF (estratificado)**

	Estimación Puntual	Intervalo de confianza al 95%	
Grandes	2,1	0,3	4,0
Afines	6,0	1,2	10,7
Sucursal Extranjera	3,1	0,9	5,3

Fuente: Encuesta a las empresas relacionadas con la CICEF

Elaboración: Stalin Apolo (Autor)

De las afirmaciones anteriores, se puede concluir que si se pudo determinar la demanda social de los/as Ingenieros/as en Ciencias Económicas y Financieras mediante la utilización de encuestas para la recolección de datos y el método de triangulación para tratamiento de los mismos.

referencias bibliográficas

- ❖ Declaración mundial sobre la educación superior en el siglo XXI: Visión y Acción, versión electrónica en:

http://www.unesco.org/education/educprog/wche/declaration_spa.htm

- ❖ Deysi Caicedo, Estudio de la inserción de los profesionales de la Carrera de Ingeniería Empresarial de la Escuela Politécnica Nacional en el mercado laboral, 2008, EPN, Tesis.
- ❖ Dr. Gregorio Peces Barba, Rector Universidad Carlos III, La demanda social a finales del siglo XX, versión electrónica en: <http://www.crue.org/ppecesba.htm>.
- ❖ Dr. Holger Capa, Estudio de la demanda y oferta de profesionales de Pichincha, INEC – DINOR, 1995 – 1996.
- ❖ Dr. Pere Marqués Graells, Didáctica, los procesos de enseñanza y aprendizaje, la motivación, 2001 Departamento de Pedagogía Aplicada, Facultad de Educación, UAB, versión electrónica en: <http://dewey.uab.es/pmarques/actodid.htm>
- ❖ EPN/DP Actualización Plan Estratégico de la EPN 2005-2010.
- ❖ Genaro Sánchez Barajas, la estadística aplicada al análisis económico, versión electrónica en:
<http://www.economia.unam.mx/profesor/barajas/estadis/parte4.pdf>.
- ❖ Guía de autoevaluación con fines de acreditación para las universidades y escuelas politécnicas, versión electrónica en:
<http://www.conea.net/publicaciones/Libro3/libro3.htm>.
- ❖ Héctor Luis Ávila Baray, [Introducción a la metodología de la investigación](#), versión electrónica en: <http://www.eumed.net/libros/2006c/203/21.htm>

- ❖ Herrera Jorge Luis. La formación de los profesionales universitarios en las empresas en el contexto cubano, Revista Electrónica de la Red de Investigación Educativa, Vol.1, No.4 Enero-Junio de 2006, versión electrónica en: <http://revista.iered.org>. ISSN 1794-8061

- ❖ Ing. Ftal. Miryan Petrona Ayala, Perfil profesional, potencialidades de la inserción laboral y la demanda social: la construcción metodológica de un punto de encuentro a partir del desempeño laboral, Carrera ingeniería forestal de la facultad de recursos naturales de la universidad nacional de Formosa en el periodo 1984-1999, Formosa, Argentina, versión electrónica en: http://conedsup.unsl.edu.ar/Download_trabajos/Trabajos/Eje_4_Practica_Profesional_Insercion_Laboral/Ayala_Myriam.PDF.

- ❖ Ing. Juan Balseca Freire, estudio de la demanda social para la oferta de carreras de la ESPOCH, Riobamba, Mayo 2008.

- ❖ Iván Thompson, Tipos de Encuesta, Julio 2006, versión electrónica en: <http://www.promonegocios.net/mercadotecnia/encuestas-tipos.html>

- ❖ Jose A Avilez M, Recolección de datos, versión electrónica en: <http://www.monografias.com/trabajos12/recoldat/recoldat.shtml?monosearch>.

- ❖ Jose Echeverría, Propuestas ciudadanas a la asamblea constituyente en el tema educativo, 1 de Febrero del 2008, versión electrónica en: <http://www.inversionsocial.ec/2008/02/01/propuestas-ciudadanas-a-la-asamblea-constituyente-en-el-tema-educativo/>.

- ❖ La encuesta estadística, versión electrónica en:

http://www2.uah.es/vicente_marban/ASIGNATURAS/SOCIOLOGIA%20ECONOMICA/TEMA%205/tema%205.pdf.

- ❖ La Encuesta y tipos de encuesta, versión electrónica en:

<http://www.conocimientosweb.net/zip/article1821.html>.

- ❖ La encuesta y tipos de encuesta, julio del 2002, versión electrónica en:
<http://www.gestiopolis.com/recursos/documentos/fulldocs/mar/tipencuch.htm>.

- ❖ Ley de Educación Superior. Registro Oficial No. 77 del 15 de mayo del 2000.

- ❖ Lic. Luis Forciniti - Lic. Jorge Elbaum, La Prospectiva, que es y para qué sirve, secretaria para la tecnología, la ciencia y la innovación productiva, dirección nacional de planificación y evaluación, Diciembre de 2001, versión electrónica en:

http://www.opcyt.setcip.gov.ar/la_prospectiva_indice.htm

- ❖ Lino Julio Ochoa & Emilio Pauselli, Investigación sobre demandas insatisfechas del mercado de trabajo en la provincia de Tucumán, 2006, versión electrónica en:
www.organizacionpoleas.net.

- ❖ Luis Martinez, Medición del clima laboral en las organizaciones, versión electrónica en:
<http://www.monografias.com/trabajos6/medicli/medicli.shtml>.

- ❖ Luis Ruiz Abad, la demanda social y la profesión veterinaria, 16 de febrero de 1995, versión electrónica en: <http://www.racve.es/actividades/historia-veterinaria/1995-02-16LuisRuizAbad.htm>.

- ❖ Manuel R. Villacorta O, 6 de mayo del 2005, Demanda Social y Futuro Político en América Latina, versión electrónica en: <http://www.laprensa-sandiego.org/archieve/may06-05/america.htm>.

- ❖ [María Emilia Isorni](#), los profesionales universitarios en el mercado de trabajo, versión electrónica en:

<http://www.gestiopolis.com/Canales4/eco/profunimerlab.htm>.

- ❖ Marlon Carranza (Compilador), Oferta, demanda e intermediación laboral: aportes para la integración de jóvenes al mercado de trabajo salvadoreño, mayo 2006, CEPAL, versión electrónica en:

http://www.eclac.org/publicaciones/xml/2/26672/lcr2130e_indice.pdf.

- ❖ Mtra. Martha López Ruiz y Mtra. Corina Schmelkes, Diseño de cuestionarios, Profesoras de cátedra. ITESM, Campus Toluca, Julio 2002, versión electrónica en: <http://www.monografias.com/trabajos15/disenio-cuestionarios/disenio-cuestionarios.shtml?monosearch>

- ❖ Óscar Rodríguez Ruiz, Instituto Universitario de Administración de Empresas, Centro de Investigación para la Sociedad del Conocimiento, La Triangulación como Estrategia de Investigación en Ciencias Sociales, versión electrónica en:

<http://www.madrimasd.org/revista/revista31/tribuna/tribuna2.asp>.

- ❖ Proyecto Tuning América Latina, versión electrónica: http://tuning.unideusto.org/tuningal/index.php?option=com_frontpage&Itemid=1

- ❖ Prospectiva, versión electrónica en:

<http://es.wikipedia.org/wiki/Futurolog%C3%ADa>

❖ Richard I. Scheaffer, William Mendenhall, Elementos de Muestreo, Abril 2003, Grupo Editorial Iberoamérica.

❖ Roberto Behar y Pere Grima, Tamaño de la muestra, versión electrónica en: <http://pino.univalle.edu.co/~robehar/Material%20de%20apoyo/Tamano%20de%20muestra-vs-%20Tamano%20de%20poblacion.pdf>.

❖ Silvia Anguiano de Campero, Las necesidades y la demanda social, Profesora e investigadora en Sociología. Universidad Nacional de San Luis., 1999, versión electrónica en:

<http://perso.gratisweb.com/carlosmanzano/Anguiano.html>.

❖ Subdirección de Estadística, Dirección de Producción y Desarrollo, Secretaría de Coordinación, Trabajo y Producción, Encuesta a Empresas Industriales, demanda de trabajo, Bahía Blanca, Febrero 2005, versión electrónica en: http://www.bahiablanca.gov.ar/estadistica/inf_lab.pdf.

❖ Tipos de encuestas y diseños de investigación, versión electrónica en: http://www.unavarra.es/personal/vidaldiaz/pdf/tipos_encuestas.PDF.

❖ Triangulación, versión electrónica en: www.ub-extension.cl/MagisterEducacionI/textos/Tecnicas%20cualitativas/TRIANGULACION.doc

❖ Unidad de Desarrollo Curricular del EPN, Encuesta para profesores.

❖ Yanina Edith Cunza, Demanda del empleo juvenil (Perú) versión electrónica en: <http://www.monografias.com/trabajos39/empleo-juvenil/empleo-juvenil.shtml>.

❖ Wikipedia, la enciclopedia libre, la encuesta, versión electrónica en:
<http://es.wikipedia.org/wiki/Encuesta>

Metodologías de Levantamiento de Encuestas: Análisis del Caso Sistema de Selección de Beneficiarios SELBEN en el Ecuador

Resumen: La metodología de levantamiento de encuestas que se emplea para focalizar a beneficiarios para los programas sociales en el Ecuador opera en forma distinta en las zonas urbanas y rurales. En el primer caso, la encuesta se realiza mediante una visita al hogar. En el último, se convoca a las familias a puntos de encuentro para efectuar las entrevistas. Se cree que las familias rurales entregan información de su situación socioeconómica estratégicamente con el fin de calificar como beneficiarios para programas sociales. Pudiendo ser esto posible debido a que los entrevistadores no pueden verificar en sus hogares la información proporcionada. El objetivo del estudio es identificar si existen declaraciones falsas en las encuestas en las zonas rurales. Para ello se emplean dos métodos: modelos lineales aplicados a las encuestas de panel, y una evaluación de estas con otras encuestas comparables. Se pretende encontrar si hay información de los cambios en el bienestar de las familias que no son resultado de cambios en el contexto económico local. El análisis realizado demuestra que la metodología utilizada para las encuestas rurales permite que las familias entreguen declaraciones falsas de su situación socioeconómica. Como consecuencia de ello, muchas de ellas terminan autoexcluyéndose de programas sociales.

Yajaira Vásquez Tenorio

1. Introducción

Para lograr focalizar intervenciones sociales hacia los hogares, familias o personas más pobres o vulnerables es necesario saber primero quiénes son pobres, donde están, cuáles son sus características y qué necesidades insatisfechas tienen. Para esto se requiere de un Sistema que compile información necesaria, de tal forma que se constituya en una herramienta primaria para la definición de políticas sociales de los gobiernos nacionales.

En varios países de América Latina¹, así como en el Ecuador, se crea una base de datos en la que se recoge información de hogares y familias respecto a sus características socioeconómicas, con el objeto de identificar a las más vulnerables y así beneficiarlas con las políticas y programas sociales existentes.

En el Ecuador el Programa encargado de la creación y manejo de dicha herramienta es el SELBEN. El programa se ha establecido como base de información y focalización para la cobertura de varios programas sociales como: salud, educación y bienestar. Hace 6 años se crea esta base de datos a través de una encuesta nacional a hogares, aplicando metodologías diferentes de entrevista; a los hogares urbanos se les aplica la entrevista en la vivienda de residencia, mientras que a los hogares rurales se les aplica la entrevista en un lugar determinado, fuera de la vivienda, al cual son convocados los hogares para la aplicación de la encuesta.

La metodología usada en el levantamiento de encuestas, sobre todo si se trata de la recolección de información respecto a la situación socioeconómica de los hogares, se convierte en un proceso importante y fundamental, debido a que de esto depende la correcta calificación social de los individuos. La imposibilidad de verificación in situ de la situación y de los hogares, da lugar a suponer que las personas declaran información no confiable con el fin de poder ser calificados para ser beneficiarios de los programas sociales.

En este estudio se pretende identificar evidencias de que, en efecto, los hogares entrevistados para crear la base de datos del SELBEN, tergiversan la información respecto a su situación socioeconómica con el objeto de calificar como beneficiarios para los programas sociales. Para ello se utilizan datos recolectados en encuestas panel, así como datos provenientes de las encuestas de Empleo y Desempleo levantados por el INEC.

En la sección 2 de este documento se detalla el funcionamiento del Programa SELBEN así como las metodologías aplicadas para el levantamiento de información que se aplican.

¹ Argentina, Bolivia, Brasil, Colombia, Costa Rica, Chile, México y Nicaragua

En la sección 3 se describen las bases de datos usadas para el análisis. En la sección 4 se describen las metodologías estadísticas y econométricas aplicadas, y finalmente en la sección 5 se presentan los resultados obtenidos.

2. Programa y Metodologías de Levantamiento de Información

2.1. Programa

El Programa de Selección de Beneficiarios (SELBEN) en el Ecuador funciona desde el año 2001, pertenece a la Secretaría Técnica del Ministerio Coordinador de lo Social como parte del gobierno nacional. Se crea con una encuesta a nivel nacional aplicada a los hogares² de sectores vulnerables del país, con el objetivo de asignar a cada núcleo familiar³ dentro de ellos, un indicador de bienestar (IB)⁴ que determine su situación socioeconómica. La asignación del IB a la familias consiste en fijar ponderaciones a cada una de las características como: educación, vivienda, ocupación, demografía entre otras, tal como se muestra en la tabla 1, que sumadas se convierten en un puntaje de IB. Luego de establecido el IB para cada una de ellas, se las ubica en quintiles de pobreza⁵ o escalas de bienestar para calificar como beneficiarios de programas sociales. Como focalización para la intervención de la mayoría de programas sociales, el gobierno estableció como beneficiarios a las familias o individuos que corresponden a los quintiles 1 y 2.

Para abril de 2007, la base del SELBEN estaba constituida por 2'057.523 familias, de las cuales el 32% pertenecen al quintil 1, el 32 % pertenecen al quintil 2, el 25% pertenecen al quintil 3 y el 11% restante corresponden a los quintiles 4 y 5.

2.2. Metodologías de Levantamiento

² Por hogar se entiende la persona o grupo de personas que se asocian para compartir básicamente el alojamiento y la alimentación. Es decir, es el conjunto de personas que residen habitualmente en la misma vivienda o en parte de ella (viven bajo el mismo techo), que están unidas o no por lazos de parentesco y que cocinan en común para todos sus miembros (*comen de la misma olla*).

³ Grupo de personas que, perteneciendo a un mismo hogar, tienen características de consanguinidad y/o afinidad más estrechas entre sí.

⁴ La técnica utilizada para su cálculo, es la asignación óptima de ponderaciones a través de componentes principales, basándose en que se realiza una maximización de la correlación lineal entre dos variables dadas, de tal forma que se puede lograr una distancia adecuada entre los elementos. Se aplica en el cálculo del índice con la finalidad de separar considerablemente a los individuos, de tal forma que se los pueda identificar y clasificar según su situación socioeconómica.

⁵ Los quintiles de pobreza se dividen por puntos de corte: IB de 42,87 o menos primer quintil; IB de 50,65 segundo quintil; IB de 60,40 tercer quintil, y para IB mayor a 60,40 quintiles 4 y 5, siendo estas las familias menos pobres.

Debido a la dificultad que existe para el ingreso a las viviendas en los sectores rurales, en especial en los rurales dispersos, el SELBEN estableció dos metodologías diferentes para la recolección de información de los hogares. En el área urbana la entrevista se la realiza con visita a la vivienda, pudiendo de esta manera verificar la veracidad de la información entregada por parte de los entrevistados. En el área rural la entrevista se aplica de diferente manera, se convoca a lugares céntricos y de fácil acceso en cada una de las parroquias a los informantes de los hogares y ahí se llena la encuesta. En este último caso es imposible verificar la veracidad de la información.

3. Datos

Las fuentes de información tomadas para el análisis son un total de 6 bases de datos, levantadas y creadas por dos instituciones gubernamentales. La primera fuente de información a la que se le denominará "Encuesta SELBEN", tiene como marco muestral a la base de datos SELBEN, y su selección proviene de las 6.000 familias que fueron consideradas para la elaboración de las evaluaciones de impacto⁶ del Bono de Desarrollo Humano⁷ condicionalidad educación. Las características que debían cumplir las familias a ser seleccionadas para las evaluaciones de impacto eran: pertenecer a los quintiles de pobreza 1 y 2, que tengan hijos entre 6 y 15 años de edad, que residan en 4 provincias de la sierra: Carchi, Cotopaxi, Imbabura y Tungurahua y que en su mayoría no hayan sido beneficiarias del Bono Solidario⁸ ni la Beca Escolar⁹.

La segunda base de datos corresponde a la encuesta de la "Línea de Base" para la evaluación de impacto del Bono de Desarrollo Humano cuyo marco muestral es la encuesta de SELBEN. Esta base de datos consta de 5.995 familias de las que se levantó información en el año 2003 entre los meses de junio y agosto. Las características que debían cumplir estas familias son: ser parte de las familias seleccionadas en la encuesta SELBEN, pertenecer a los quintiles de pobreza 1 y 2, que tengan hijos entre 6 y 15 años de edad, que

⁶ Las evaluaciones de impacto en el Ecuador se las lleva a cabo desde el año 2003 y las realiza la Secretaría Técnica del Frente Social junto con el Banco Mundial.

⁷ Programa Social que beneficia a familias en situación de pobreza ubicadas en los q1 y q2 del SELBEN y consiste en una transferencia monetaria de 30 dólares para las madres, discapacitados y ancianos.

⁸ Es el inicio del Programa Social que ahora se denomina Bono de Desarrollo Humano, y se convirtió en BDH por la fusión del Bono Solidario y la Beca Escolar. La focalización de familias se la hizo por autodefinición de pobreza de las mismas. Su cambio a BDH se lo realizó en el año 2003.

⁹ Transferencia monetaria condicionada que entregaba el Gobierno a través del Ministerio de Bienestar Social, a familias en situación de extrema pobreza ubicadas en el q1 del SELBEN, que debían hacer cumplir a sus hijos con el 80% de la asistencia escolar. De igual manera su duración fue hasta el año 2003.

residan en 4 provincias de la sierra que son Carchi, Cotopaxi, Imbabura y Tungurahua y que en su mayoría no hayan sido beneficiarias del Bono Solidario ni la Beca Escolar. Estas familias son seleccionadas específicamente para el análisis de evaluaciones de impacto por lo que su representación es a nivel de los grupos de estudio¹⁰ establecidos en dicha metodología y el diseño muestral aplicado es el probabilístico bietápico.

La tercera base de datos es la encuesta de "Seguimiento"; corresponde a la encuesta de panel¹¹ que se realizó para la evaluación de impacto del BDH. Esta base de datos se la levantó en el año 2005 entre los meses de enero y marzo y contiene a 5.791 familias que pudieron ser ubicadas del marco muestral que es la línea de base (anteriormente descrita).

Adicional a las fuentes de información principales mencionadas, se tomarán las bases de datos de las encuestas de Empleo, Desempleo y Subempleo en las áreas urbana y rural levantadas por el INEC, en el mes de diciembre para los años 2001, 2003 y 2005. Estas fuentes de información adicionales serán utilizadas para la última parte de la investigación.

Sobre la base de esta información, en este estudio se definen tres dominios: 1) Total, que se refiere a todas las familias que constan en las bases de datos de las fuentes de información y que mantuvieron su lugar de residencia constante durante ambos periodos de la investigación¹², 2) Urbano, que se refiere a las familias que residen en el área geográfica urbana, y 3) Rural, que se refiere a las familias que residen en el área geográfica rural.

La muestra de familias levantada para las evaluaciones de impacto y que constituye las fuentes de información para el presente estudio, está distribuida de la forma en la que se presenta en la tabla 2¹³.

La unidad de análisis a lo largo de la investigación es el hogar, pero para fines de comparabilidad al momento de reproducir el índice SELBEN entre una encuesta y otra, fue necesario para dos de los procesos desarrollados tomar como unidad de análisis a la familia. Esto se da debido a que en el caso de preguntas respecto a posesión de activos y tierras, se las realizaron de manera distinta en la encuesta SELBEN respecto a las encuestas de Línea de Base y de Seguimiento.

¹⁰ Según la metodología de las evaluaciones de impacto, se establecieron 5 grupos, de los cuales 2 son de intervención y de 3 son de control y están conformados por familias con características similares y específicas. Cada grupo tiene representación de área urbana y rural y fueron diseñados bajo la metodología cuasi experimental. Mayor detalle se encuentra en el reporte de la línea de base realizado por Ponce 2005.

¹¹ Son encuestas que se administran a una misma muestra para observar la evolución y las modificaciones de las respuestas.

¹² Debido a esta restricción, aunque inicialmente la muestra para las evaluaciones de impacto incluía 5.283 hogares (entrevistados en los tres periodos), fue necesario excluir el 11,87% de los hogares por cambio de lugar de residencia.

¹³ La muestra está tomada de acuerdo al objetivo planteado en la metodología desarrollada para las evaluaciones de impacto del BDH.

4. Metodologías de Análisis

4.1. Análisis de la Variabilidad

Para identificar los cambios o las diferencias que sufren las familias entre los períodos, se aplica una prueba de diferencia de medias para el índice de bienestar y sus características. Este análisis de diferencia de medias es una técnica estadística utilizada para comparar dos muestras e identificar sus diferencias; se basa en la prueba de hipótesis:

$$\begin{aligned} H_0 : \mu_1 &= \mu_2 \\ &\text{vs} \\ H_1 : \mu_1 &\neq \mu_2 \end{aligned} \quad (1)$$

El estadístico de prueba utilizado es:

$$\begin{aligned} T &= \frac{\mu_1 - \mu_2}{S \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}}, \text{ donde} \\ S &= \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}, \end{aligned} \quad (2)$$

y la región de rechazo para $\alpha = 0,05$ es $|t| > t_{\alpha/2}$, en donde $P[|T| > t_{\alpha/2}] = 0,05$.

4.2. Análisis de la Movilidad

Con el objetivo de unificar la unidad de medida y poder medir exclusivamente la movilidad de las familias en el IB, se calculan quintiles adicionales, a los que se los llamará "quintiles socioeconómicos". Es necesario recalcar que estos quintiles no son aquellos calculados por el SELBEN con las líneas de corte establecidas como se ha mencionado anteriormente, sino que corresponden a nueva categorización en 5 partes iguales del IB para las familias del estudio.

La metodología que será de utilidad para identificar la movilidad del IB de las familias entre los períodos, es la de las tablas de resultados, las que son arreglos de filas y columnas

que permiten determinar los valores absolutos y relativos de cada una de las categorías que contiene una variable y entre las categorías de dos variables.

4.3. Modelos Lineales en Encuestas Panel

Para conocer el origen del cambio del IB de las familias en el tiempo, se trabaja un modelo de regresión lineal, a través del cual se espera comprobar si los cambios se deben a la metodología aplicada para el levantamiento de información. Se aplicará una ecuación básica que incluye tres variables, una variable *dummy* que controla el área geográfica a la que pertenece el hogar, una variable que controla el tiempo en días transcurrido entre las encuestas y la última que controla el tiempo transcurrido entre las encuestas para el área rural. Las regresiones lineales que se corren son las siguientes:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 W_i + \beta_3 Z_i + \varepsilon_i \quad (3)$$

$$Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 X_i + \alpha_2 W_i + \alpha_3 Z_i + \varepsilon_i \quad (4)$$

Donde Y_i resulta de la diferencia del IB entre el primer periodo (encuesta SELBEN y la línea de base) según la ecuación (3) y entre el segundo periodo (línea de base y línea de seguimiento) según la ecuación (4). X_i es una variable *dummy* que resulta 1 si el hogar reside en el área geográfica rural y 0 si el hogar reside en área geográfica urbana; W_i es la variable que indica el tiempo en días transcurrido entre los periodos; y finalmente Z_i es una variable compuesta por el producto entre el área geográfica y el tiempo transcurrido en días, es decir $Z_i = X_i * W_i$, para poder identificar el efecto del tiempo transcurrido en el área rural.

Estos modelos de regresión lineal se correrán para los dos IB (IB₂₇, IB₁₈); para cada uno de ellos se realizarán tres especificaciones: la primera corresponde al modelo básico descrito, la segunda incluye una variable del puntaje IB y la tercera incluye además un grupo de variables *dummy* cantonales¹⁴.

En este caso los coeficientes de interés son β_1 y α_1 , y nos permiten confirmar si existe o no diferencia en la metodología de levantamiento aplicada.

4.4. Comparación por emparejamiento

¹⁴ Es 1 si la familia reside en cada cantón de la muestra y 0 si no. Según la muestra de las evaluaciones de impacto, las familias residen en 8 cantones de las 4 provincias de la Sierra.

En esta parte se utilizó comparaciones por emparejamientos con el fin de tener la mayor similitud entre los dos grupos de bases de datos utilizados en este estudio. Para ello se juntaron a las familias que corresponden a las tres bases de datos para la evaluación de impacto (unidas de manera vertical) constituyéndose en una base de datos con 15.849 observaciones. Por otro lado se juntaron las familias que corresponden a las tres bases de datos de las encuestas de empleo (también unidas de manera vertical), constituyéndose en una base de datos con 8.207 observaciones. Luego se procedió a realizar el emparejamiento entre las dos bases de datos juntas.

El primer paso para este proceso fue seleccionar de las encuestas de empleo a las familias que residen en las cuatro provincias donde se realizó el estudio de evaluaciones de impacto: Carchi, Cotopaxi, Imbabura y Tungurahua; luego se construye a partir del IB₂₇ generado en las encuestas para la evaluación de impacto, un nuevo IB con los componentes comparables que se encontraron en las encuestas de empleo. Aquellos componentes comparables incluyen características de vivienda, de identificación de los miembros, de educación de los miembros, de actividades económicas, de bienes durables, entre otras.

Se genera así un IB₂₀ tanto para las familias de estudio como para aquellas de las encuestas de empleo; luego se elabora un programa que seleccione a aquellas familias en las encuestas de empleo que tengan el IB hasta con 10 decimales iguales o alrededor de 0,0000000005 más o menos de las familias de estudio, para poder estar seguros que son en lo posible lo más comparables, ya sea en el tiempo en el que fueron entrevistadas como respecto a la situación socioeconómica de las familias.

4.5. Modelos Lineales Comparativos

La finalidad en esta etapa es encontrar un modelo lineal para comparar los cambios entre las familias que son objeto de estudio (evaluaciones de impacto) en el tiempo con las familias que representan el comportamiento real en las áreas rural y urbana de la situación socioeconómica (encuestas de empleo). Para esto, se establece un modelo de regresión lineal, a través del cual se pretende explicar su situación socioeconómica (IB) en función del área geográfica en la que residen y el período en el que fueron entrevistadas. Para ello, se reordenan las dos bases de datos (para cada periodo), que están en forma horizontal, en forma vertical, de tal manera que una observación luego del reordenamiento se convierte en

dos observaciones. La ecuación básica incluye tres variables, una variable *dummy* que controla el área geográfica a la que pertenece el hogar, una variable que controla el período de tiempo en el que fueron entrevistadas las familias y la última que controla el período de tiempo en el que se realizaron las encuestas para el área rural. La ecuación aplicada es:

$$Y_i = \gamma_0 + \gamma_1 X_i + \gamma_2 T_0 + \gamma_3 U_i + \varepsilon_i \quad (5)$$

Donde Y_i corresponde al IB₂₀ de las familias, X_i es una *dummy* que toma el valor de 1 si el hogar reside en el área rural y 0 si el hogar reside en área urbana; T_0 una variable *dummy* que toma el valor de 1 si las observaciones corresponden a la encuesta SELBEN y 0 si corresponden a la línea de base para la evaluación del BDH; y U_i es una variable compuesta por el producto entre el área geográfica y la variable *dummy* de la encuesta del SELBEN.

Para cada uno de los modelos se realizarán dos especificaciones: la primera corresponde al modelo básico descrito y la segunda incluye un grupo de variables *dummy* cantonales.

Para este análisis el coeficiente de interés es γ_3 ; al comparar su valor entre las dos encuestas, nos conocer si efectivamente la diferencia en la situación socioeconómica de las familias se deben o no a los cambios en la economía local.

5. Resultados

En el primer paso, los resultados obtenidos es que no se encuentran diferencias significativas para el primer período en aquellas características que tienen relación con la vivienda como son: el alumbrado de la vivienda y el combustible utilizado para cocinar también; la posesión de bienes o propiedades del hogar como disponibilidad de tierras para agricultura y finalmente con características de los miembros del hogar como el idioma que habla el jefe.

En cambio para el segundo período, además de mantenerse las características del alumbrado para la vivienda y el idioma que habla el jefe del hogar que no varían para el primero, se suman características como educación del jefe del hogar, afiliación a seguro de salud y posesión de bienes como carro y equipo de sonido. Esta diferencia entre períodos es

importante tenerla en cuenta para el resto del análisis, ya que nos indica en una primera instancia que existe un cambio más brusco para el primer período que para el segundo, tanto de manera agregada (por el IB) como desagregada (componentes del IB). Los resultados para cada una de los componentes del IB se encuentran en la tabla 3.

En el gráfico 1 se puede observar claramente las diferencias que existen entre los periodos analizados.

Al analizar la movilidad de las familias entre los quintiles de pobreza, a través de las tablas cruzadas, se puede observar un mayor porcentaje de aquellas que se mantienen en el segundo periodo en el mismo quintil, que aquellas que se mantienen en el primer periodo, esto es, según la tabla 4, el 33.5% de las familias se mantienen en los mismos quintiles, mientras que según la tabla 5, el 35.5 de las familias se mantienen en el mismo quintil.

Luego, al aplicar los modelos lineales en las encuestas panel, los coeficientes de interés los que nos indican que el IB aumenta alrededor de 2 puntos si las familias habitan en el área rural; el aumento en el IB por cada día que pasa es muy bajo pero es significativo y finalmente se puede ver que el tiempo en el área rural disminuye el IB en las familias, tal como se puede comprobar en la tabla 6. Para el segundo período, el comportamiento en el estado socioeconómico en las familias es totalmente diferente. La variación del IB no es significativamente afectada por el lugar de residencia de las familias según las tres especificaciones aplicadas para comprobar la significancia del estimador, ni por el tiempo transcurrido en días en este período, así mismo los resultados pueden verificarse en la tabla 7.

Una vez aplicado el proceso para seleccionar las familias similares y comparables de las bases de datos de empleo según su IB, se llega a obtener un total de 3.642 observaciones, y sus funciones de densidades se las puede observar en el gráfico 2. Según las curvas de densidades, se asume que los dos grupos de familias son comparables y es a estas familias a las que se les aplicarán los nuevos modelos lineales que se desarrollen para verificar los comportamientos reales.

Con los resultados obtenidos en el modelo, se puede decir que el hecho de vivir en el área rural ha disminuido el estado socioeconómico de las familias de los dos grupos; la disminución para las evaluaciones de impacto se da en alrededor de 3 puntos del IB, mientras que para las familias de las encuestas de empleo¹⁵ la disminución es de alrededor

¹⁵ Es necesario recordar que para este caso estas familias se constituyen en el comportamiento de la realidad ocurrida en los periodos

de 5 puntos en el IB. Así mismo, en el período en el que se levantó la información, es decir, en el año 2001, las condiciones socioeconómicas disminuyeron alrededor de 5 puntos según el IB para las familias de las evaluaciones de impacto y alrededor de 4 puntos para las familias de las encuestas de empleo.

Pero al momento de analizar el coeficiente de interés, nos podemos dar cuenta que para las familias de las evaluaciones de impacto del primer período que viven en el área rural el IB aumenta en 0,31 a diferencia de lo que sucede para las familias de las encuestas de empleo, para las cuales el hecho de vivir en el área rural en el 2001 no influye para nada en el índice de bienestar medido para ellas.

Al unir los dos análisis realizados, podemos confirmar en primer lugar que en el primer período, en el que se aplican diferentes metodologías de levantamiento de información, existe una diferencia en los comportamientos de las situaciones socioeconómicas de las familias, y luego al querer comprobar si esta diferencia se debe en efecto a un cambio económico en el área rural para ese período, se confirma que en lo que se asume para este estudio como "la realidad" no ocurre este cambio sino únicamente para las familias de las evaluaciones de impacto, lo que nos permite afirmar que las familias distorsionan la información perjudicándose con el aumento del IB.

6. Bibliografía

- Cochran, William. (1980). Técnicas de Muestreo, Segunda edición. México. Continental.
- Grosh, Margaret y Juan Muñoz. (1998). Manual de Diseño y Ejecución de encuestas sobre Condiciones de vida (LSMS).
- Gujarati, Damodar N. (2003). Econometría. Cuarta Edición. México. Mc Graw Hill.
- Hair, Anderson, Tatham y Black William. (1998). Multivariate Data Analysis. Quinta edición. Estados Unidos de América. Prentice Hall.
- Irrázaval, Ignacio. (Octubre 2004). Sistemas Únicos de Información sobre Beneficiarios en América Latina.
- Jonson, Dallas E. (1998). Métodos Multivariados Aplicados al Análisis de Datos. México. Thomson Editores.
- Lebart, Ludovic, Morineau, Alain y Marie Piron. (1995). Statistique Exploratoire Multidimensionnelle. Dunod. Paris.

- Mendenhall, William, Wackerly, Dennis y Richard L. Scheaffer. (1994). Estadística Matemática con Aplicaciones. Segunda edición. México. Grupo Editorial Iberoamérica.
- Novales, Alfonso. (1997). ECONOMETRIA. Segunda edición. Madrid. Mc Graw Hill.
- Ponce, Juan (2004). Informe de resultados de las líneas de base para la Evaluación de Impacto de la condicionalidad en educación y salud del Bono de Desarrollo Humano
- http://www.mhe.es/universidad/ciencias_matematicas/pena/home/CAPÍTULO.PDF

Tabla 1
Características que componen el IB – SELBEN

1	Área Geográfica	15	Préstamos del Jefe de Hogar
2	Tipo del Piso de la Vivienda	16	Posesión de Cocina
3	Tipo de Alumbrado de la Vivienda	17	Posesión de TV a Color
4	Disponibilidad Ducha	18	Posesión de Refrigeradora
5	Disponibilidad Servicio Higiénico	19	Posesión de Teléfono
6	Combustible para cocinar	20	Posesión de Carro
7	Disponibilidad de Tierras	21	Posesión de Equipo de Sonido
8	Hacinamiento del Hogar	22	Posesión de VHS o DVD del Hogar
9	Niños menores de 6 años	23	Niños de 6-15 años que no asisten a clases
10	Perceptores de Ingresos	24	Tipo de Plantel al que asiste los niños
11	Idioma del Jefe de Hogar	25	Hijos Muertos
12	Educación del Jefe del Hogar	26	Ultimo Hijo nacido vivo que sigue vivo
13	Educación del Cónyuge	27	Discapacitados en el Hogar
14	Afiliación de Jefe de hogar a Seguro		

Tabla 2
Distribución de la Muestra por Área Geográfica y por Quintiles de SELBEN para las Provincias de Estudio.

	Carchi	Cotopaxi	Imbabura	Tungurahua	Total
<i>Área Geográfica</i>					
Urbana	368	1073	818	747	3006
Rural amanzanada	160	121	115	41	437
Rural dispersa	325	783	304	1140	2552
<i>Quintiles SELBEN</i>					
Q1	166	337	189	362	1054
Q2	531	1341	758	1176	3806
Q3	156	299	290	390	1135
Total	853	1977	1237	1928	5995

Fuente: Base de datos Evaluación BDH – condicionalidad educación –

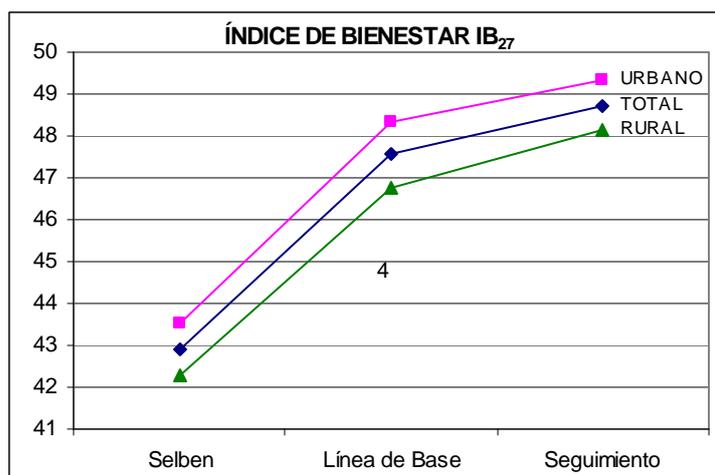
Tabla 3
Prueba de Diferencia de Medias de los Componentes y el IB. Primer Dominio (Todos los Hogares¹⁶)

Puntajes y Componentes	SELBEN	Línea de Base	Dif. de Medias	Línea de Seguí.	Dif. de Medias
	Media	Media	S - LB	Media	LB - LS
Índice de Bienestar	42.922	47.557	-4.635 ***	48.726	-1.169 ***
Quintiles SELBEN	1.563	2.106	-0.544 ***	2.230	-0.123 ***
Tipo del Piso de la Vivienda	1.188	1.376	-0.188 ***	1.436	-0.059 ***
Tipo de Alumbrado de la Vivienda	4.274	4.275	0.000	4.271	0.004
Disponibilidad de Ducha del Hogar	0.552	0.693	-0.141 ***	0.797	-0.104 ***
Disponibilidad de Servicio Higiénico del Hogar	1.354	1.469	-0.115 ***	1.453	0.016 *
Combustible para Cocinar en el Hogar	2.455	2.460	-0.005	2.307	0.153 ***
Disponibilidad de Tierras del Hogar	1.430	1.431	0.000	1.406	0.025 *
Hacinamiento del Hogar	1.136	1.323	-0.187 ***	1.374	-0.051 ***
Niños menores de 6 años en el Hogar	4.288	4.226	0.061 ***	4.334	-0.107 ***
Perceptores de Ingresos en el Hogar	2.464	3.418	-0.955 ***	3.376	0.043 ***
Idioma del Jefe de Hogar	1.720	1.722	-0.002	1.727	-0.005
Educación del Jefe del Hogar	1.193	1.178	0.015 **	1.176	0.001
Educación del Cónyuge del Hogar	1.167	1.138	0.029 ***	1.157	-0.019 ***
Afiliación del Jefe de Hogar a algún Seguro	0.441	0.396	0.045 ***	0.413	-0.018
Prestamos del Jefe de Hogar	0.280	0.309	-0.029 **	0.395	-0.086 ***
Cocina en el Hogar	3.369	2.157	1.213 ***	2.108	0.049 *
TV a color en el Hogar	0.507	0.693	-0.186 ***	0.881	-0.188 ***
Refrigeradora en el Hogar	0.338	0.548	-0.210 ***	0.633	-0.086 ***
Teléfono en el Hogar	0.140	3.337	-3.196 ***	3.348	-0.011 **
Carro en el Hogar	0.172	0.284	-0.112 ***	0.269	0.015
Equipo de Sonido en el Hogar	0.385	0.653	-0.268 ***	0.656	-0.003
VHS o DVD en el Hogar	0.047	0.117	-0.071 ***	0.333	-0.216 ***
Niños de 6 a 15 años que no asisten a clases	0.181	0.424	-0.243 ***	0.706	-0.282 ***
Tipo de Plantel al que asiste los niños del hogar	0.015	0.253	-0.238 ***	0.536	-0.283 ***
Hijos Muertos	4.357	4.265	0.092 ***	4.360	-0.095 ***
Ultimo Hijo nacido vivo que aun sigue vivo	6.582	6.539	0.044 *	6.395	0.144 ***
Discapacitados en el Hogar	1.463	1.443	0.020 ***	1.448	-0.005 *

*Fuente: Bases de datos SELBEN y Evaluación BDH. **Significancia al 5%, ***Significancia al 1%.*

¹⁶ 5.283 hogares

Grafico 1



Fuente: Bases de datos SELBEN y Evaluación BDH

Tabla 4
Quintiles IB₂₇: Primer Período, Primer Dominio (Total)

QUINTILES	QUINTILES SELBEN					Total
	1	2	3	4	5	
LÍNEA DE BASE						
1	8.75	5.17	2.93	1.91	1.23	20
2	5.13	5.15	4.35	3.31	2.06	20
3	2.8	4.47	5.07	4.66	3.01	20.01
4	2.04	3.33	4.64	5.43	4.56	20.01
5	1.29	1.91	2.97	4.69	9.12	19.99
TOTAL	20.01	20.03	19.97	20.01	19.99	100
% ACUMULADO DE:						
Aumento de Quintil		33.19				
Permanencia de Quintil		33.52				
Disminución de Quintil		33.27				

Tabla 5
Quintiles IB₂₇: Segundo Período, Primer Dominio (Total)

QUINTILES LINEA DE SEGUIMIENTO	QUINTILES LINEA DE BASE					Total
	1	2	3	4	5	
1	9.63	5.15	3.14	1.38	0.66	20
2	5.05	5.68	4.01	3.35	1.93	20
3	2.88	4.28	5.11	4.79	2.95	20.01
4	1.68	3.12	4.47	5.66	5.07	20.01
5	0.74	1.78	3.27	4.83	9.37	19.99
TOTAL	19.99	20.01	20.01	20.01	19.99	100
% ACUMULADO DE:						
Aumento de Quintil		32.43				
Permanencia de Quintil		35.45				
Disminución de Quintil		32.1				

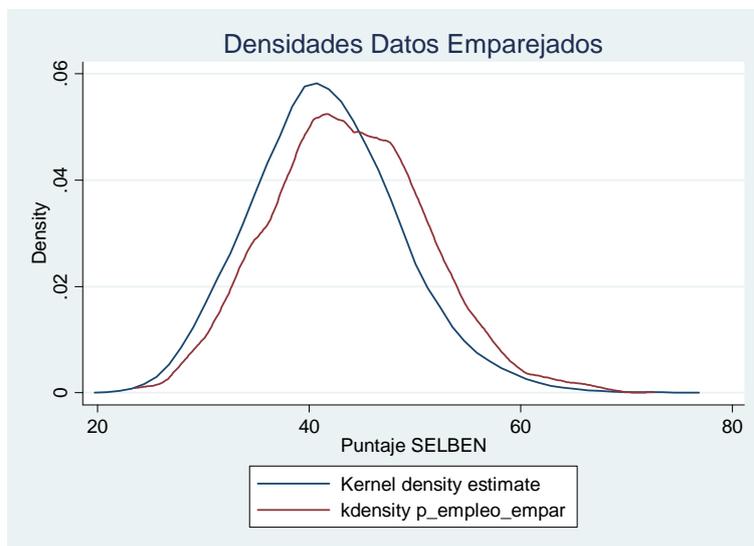
Tabla 6
Primer Periodo: IB₂₇

	Modelo Básico		Modelo Ampliado		Modelo Extendido	
	Valor	Error Estándar	Valor	Error Estándar	Valor	Error Estándar
Rural	3.624 ***	0.917	3.255 ***	0.871	2.091 **	0.912
Tiempo	0.005 ***	0.001	0.005 ***	0.001	0.005 ***	0.001
Tiempo x Rural	-0.008 ***	0.002	-0.008 ***	0.002	-0.007 ***	0.002
Puntaje	-	-	-0.365 ***	0.018	-0.375 ***	0.018
Canton ₁	-	-	-	-	0.737 *	0.415
Canton ₂	-	-	-	-	0.163	0.449
Canton ₃	-	-	-	-	-0.483	0.439
Canton ₄	-	-	-	-	-0.728 *	0.411
Canton ₅	-	-	-	-	0.464	0.423
Canton ₆	-	-	-	-	0.055	0.459
Canton ₇	-	-	-	-	0.514	0.564
Canton ₈	-	-	-	-	1.287 ***	0.479
Constante	2.639 ***	0.429	18.511 ***	0.864	18.700 ***	0.997

Tabla 7
Segundo Periodo: IB₂₇

	Modelo Básico		Modelo Ampliado		Modelo Extendido	
	Valor	Error Estándar	Valor	Error Estándar	Valor	Error Estándar
Rural	1.396 *	0.838	1.217	0.780	1.502 *	0.795
Tiempo	0.000	0.001	-0.001	0.001	0.000	0.001
Tiempo x Rural	-0.002	0.001	-0.002 *	0.001	-0.004 **	0.001
Puntaje	-	-	-0.386 ***	0.013	-0.391 ***	0.013
Canton ₁	-	-	-	-	0.229	0.445
Canton ₂	-	-	-	-	0.422	0.498
Canton ₃	-	-	-	-	0.486	0.500
Canton ₄	-	-	-	-	-0.443	0.446
Canton ₅	-	-	-	-	0.502	0.464
Canton ₆	-	-	-	-	-0.421	0.507
Canton ₇	-	-	-	-	1.354 **	0.613
Canton ₈	-	-	-	-	1.181 **	0.530
Constante	1.186 ***	0.363	19.926 ***	0.714	19.647 ***	0.857

Grafico 2



Fuente: Bases de datos SELBEN, Evaluación BDH y Empleo

Tabla 8
Modelos Lineales Comparativos

	PRIMER PERIODO			
	Evaluaciones de Impacto		Encuestas de Empleo	
	Coefficiente	Error Std.	Coefficiente	Error Std.
Rural	-2,589 ***	0.191	-5,280 ***	0,359
Encuesta	-5,375 ***	0.151	-3,459 ***	0,512
Rural x Encuesta	0.308 *	0.230	0,513	0,637

Fuente: Bases de datos SELBEN y Evaluación BDH, Encuestas de Empleo *Significancia al 10%, ** Significancia al 5%, *** Significancia al 1%.

INCIDENCIA DE LA MATEMÁTICA EN LA VIDA COTIDIANA *

MARCO CALAHORRANO

Departamento de Matemática

Facultad de Ciencias

Escuela Politécnica Nacional

La visión pitagórica del mundo ha tenido éxito, indudablemente. Parece existir un acuerdo fundamental entre la estructura lógica del mundo y su expresión física, entre el potencial de especulación humana y la materialidad de los entes pensados. Este acuerdo no se basa, como se creyó al principio, en un maravilloso orden global, sino en la facultad de compartir el desorden: desde la imposibilidad de cuadrar el círculo hasta la imprecisión en el cálculo cuántico –o el carácter inevitablemente probabilista de su formulación–, toda insuficiencia descriptiva encuentra un paralelo exacto en limitaciones de especie formal. No se pueden rehacer los cimientos del mundo; tampoco logramos justificar sus fundamentos misteriosos. Pero se puede **intervenir** en él; tenemos un cosmos susceptible de leerse y autoprogramarse, gracias a la universalidad de un lenguaje en que se formulan tanto la lógica del operador como las leyes de su dominio, y es punto vivo de unión entre el lector y el texto. A un lenguaje de tal suerte hacía referencia Galileo: habla cosmológica, que puede ser instrumento pasivo o activo, manifestación de existencia o medio de manipulación. Al hablar esta lengua, la naturaleza se devela; pero solo una escucha atenta garantiza el entendimiento creador.

La matemática sabe leer el código del universo; se aplica constantemente, funciona. Y aunque el éxito se deba tal vez a un mal entendimiento, a una paradoja de tipo conceptual (asimilamos el mundo en virtud de una insuficiencia común), o no logremos siempre, como decía Einstein, “poner las cosas en claro”, el logro sale limpio de la colectividad matemática, constituye un progreso real. “E scientia hominis salus”: muy acertado. Hasta qué punto nuestros órganos intelectuales estén adaptados al ambiente y en profunda sintonía con él, lo muestran estos ejemplos, escogidos para la circunstancia¹.

*Conferencia dictada con ocasión del Mes de la Ciencia: seminario organizado por la Secretaría Nacional de Ciencia y Tecnología (SENACYT), noviembre de 2008.

¹ Preferimos omitirlos aquí, dado el carácter semiespecializado de la Revista.



El progreso matemático alivia los sufrimientos, ayuda a la humanidad, indudablemente. En este sentido Platón tenía razón al hablar, filosóficamente, de algo divino. Cito del texto platónico:

“Hay en las matemáticas algo necesario y que no puede dejarse de lado y, si no me equivoco, **de divina necesidad**, pues en cuanto a las necesidades humanas de que mucho hablan en este orden de cosas, nada más ridículo que semejante empleo de las palabras.

Clinias: ¿Y cuáles son, oh extranjero, esas necesidades del conocimiento que son divinas y no humanas?

Ateniense: Aquellas cosas sin cuyo uso o conocimiento **ningún hombre puede llegar a ser un dios para el mundo**, ni un espíritu, ni siquiera un héroe, ni seriamente capaz de pensar y cuidarse del hombre”.

Es esta función social –puede que Platón exagerara, naturalmente: no nos sentimos dioses los matemáticos; pero es irrefutable la función social de las ciencias – la que rescata una labor a veces considerada egoísta, puramente abstracta, alejada del “mundanal ruido”. Totalmente inexacto, sobre todo por el tremendo impacto que las matemáticas ejercen sobre el mundo. “A veces”, apunta Russell, “un cuerpo de proposiciones abstractas –aun cuando, como en el caso de las secciones cónicas, transcurren más de dos mil años antes de tener consecuencias para la vida cotidiana– puede en cualquier momento utilizarse para provocar una revolución en los pensamientos habituales y en las ocupaciones de todo ciudadano”. Y cuando, por ejemplo, se habla de probabilidad, no debe aludirse solo a una estructura potente y ágil, como solía decir el gran matemático De Giorgi, sino a un medio para comprender mejor la misma idea de probabilidad y conceptos similares, que los hombres han nombrado de tantas formas distintas, identificándolos con el azar, destino, suerte, fatalidad, etc. Asimismo una idea introducida en el Renacimiento con el solo objetivo de conferir orden y simetría a las ecuaciones algebraicas (me refiero a la unidad imaginaria, concepto ultramoderno y audaz), llevó a su empleo masivo en la electrónica, cuyo estudio de las frecuencias, corrientes, etc. es impensable sin los números complejos.

Nuestro mundo también modifica las matemáticas, en un constante intercambio. Por eso no es lícito efectuar una distinción neta entre

matemáticas puras y aplicadas; la diferencia entre ellas no radica en la cualidad del pensamiento ni de los teoremas respectivamente empleados, sino en los criterios de interés que las inspiran. De esta forma una teoría física ya abandonada como infructuosa puede, paradójicamente, dar impulso a una matemática susceptible de aplicarse a nuevas teorías. Y el mismo De Giorgi sostenía que al utilizar teorías incompletas, porque parcialmente refutadas en la práctica, uno podría inspirarse en ellas para producir una excelente matemática, así como le acontece a un músico crear música sublime a partir de un mediocre libreto.

Ahora, la matemática entraña también una serie de peligros, y sería ridículo ignorarlos, solo porque casualmente la practico. El que considero como el más peligroso es la tentación a caer en una suerte de materialismo ciego o, como lo llamaba Goethe, el “demoníaco desatarse de fuerzas opuestas a la solidaridad, razón, bienestar colectivo”. Todo lo contrario del ideal platónico. Precisamente en esto pensaba Born cuando le escribía a Einstein (en el año 1944: fecha importante por más razones):

“La idea más deprimente para mí ha sido siempre la sensación de que nuestra ciencia, que es una cosa tan bella en sí y que podría ser tan benéfica para las sociedad humana, ha sido rebajada a un simple medio de destrucción y muerte. La mayoría de los científicos alemanes ha colaborado con los nazis; incluso Heisenberg (lo he sabido de buena tinta) trabajó a toda máquina para esos granujas [Salto importante]. No culpo a nadie. Yo, naturalmente, no tengo nada que reprocharme, y no he hecho más que enseñar la honradez y la verdad en observaciones y cálculos. Hay una pauta ética bien definida en que concuerdan todas las religiones: cristiana, judía, musulmana e hindú. Pero algunas ramas de la biología, lógicamente atrasadas y basadas en pruebas insuficientes, han servido de instrumento en las manos de algunos delincuentes políticos para retrotraernos a la selva”.

Born, al hablar de los peligros de la ciencia, no se refería a la bomba atómica: inclusive ignoraba todavía que el amigo Einstein hubiera enviado la famosa carta a Roosevelt para instarlo a apoyar el Proyecto Manhattan. En cambio, recordaba muy bien las teorías biológicas que llevaron a la creación de la ilusoria raza aria... Mas, lejos de estos extremos, otros riesgos científicos pueden también acechar a la humanidad. Uno de ellos es producto del capitalismo, que no se limita a convertir el dinero en bienes de consumo material, sino que pretende transferir sus ventajas a la esfera de más pura espiritualidad. Las realizaciones de la ciencia se alejan así de su dimensión material, puramente física (siendo en apariencia las más refractarias a intervenir en

las conciencias y moldear el espíritu), y devienen algo etéreo, propio de los estratos humanos más nobles, y refinan al individuo que puede gozar de sus privilegios. Este peligro es enorme, y debería inducir a buscar, siempre y por encima de todo, la educación de los pueblos, la cultura de las mentes. Una insidia paralela es la de buscar a través de la ciencia una suerte de bienestar, aunque colectivo, un estado de agradable sopor que adormezca las conciencias y vuelva inútil la búsqueda espiritual. Una ciencia como la matemática, misteriosa e impresionante, no se hizo para tan mezquina finalidad. No hablaré de los riesgos planetarios, de la contaminación culpable: ese es el capítulo que concierne a la mala utilización de la matemática y en general de las ciencias exactas: es decir, a la desviación de estas disciplinas nobles con el regreso a la crueldad de la jungla.

Finalmente, habrá también el riesgo de no comprender la propia matemática, sus alcances reales, el límite que ha de trazarse. Entonces acude a nuestras mentes, de forma inevitable, la experimentación genética, el peligro de extravíos mucho más peligrosos y terribles que el lanzamiento de un cohete o el empleo masivo de armas químicas. Ante una situación de este tipo el matemático deberá evidentemente, en lugar de detener los cálculos, apelar al primer móvil de la matemática, invocar la idea de progreso. No es fácil en verdad precisar en qué consista una afirmación positiva de la humanidad, los medios para alcanzarla; precisamente por ello, me parece prudente una actitud de espera pacífica y animada, guiada por buenas intenciones. Está claro que no lo sabemos todo; es obvio que la lógica humana, lejos de vislumbrar “todo lo que puede contener el cielo y la tierra”, como dice Hamlet, no sueña siquiera con eso. Ya hemos aclarado que todo sistema formal u organización del pensamiento entraña un límite último, choca contra una pared infranqueable. Muy lejos todavía se encuentra el término de la búsqueda; por eso es absurdo cerrarse la vía que lleva al futuro. ¿Y quién sabe si el extremo designio de una mente superior no consista precisamente en la recreación o refacción total del hombre a través de sus propios medios, de los instrumentos intelectuales que le fueron concedidos? Espléndido objetivo, realmente digno de un proyecto supremo, sería el recuperar poco a poco la efigie divina, en el proceso de eterno acercamiento a la verdad que el conocimiento del bien y del mal hizo posible. “A nuestra imagen y semejanza”... El trabajo humano, no como instrumento de castigo, sino medio auténtico de salvación, verdadera *salus*: conquista pragmática, ciertamente, pero también intelectual, sapiencial. Un dios para el hombre era el intérprete de Platón: un hombre hecho dios, como lo quiso Dios, a su imagen y semejanza.