ESCUELA POLITÉCNICA NACIONAL

FACULTAD DE CIENCIAS

Carrera de Física

Guía Académica del Examen Complexivo

INTRODUCCIÓN:

En esta guía se presenta los tópicos de las materias que serán evaluados en el examen complexivo correspondiente a la Carrera de Física.

Se recomienda también la correspondiente bibliografía de cada materia; y se incluye, en algunos casos, la consulta de problemas resueltos y se da un listado de problemas planteados, sugiriendo la resolución de algunos de ellos como parte de la preparación del estudiante para este examen.

Por último, se da un ejemplo de problema en un tema particular para cada materia y se incluye su solución.

Sobre el examen complexivo.

Primer examen
Fecha: 15 de Noviembre del 2014
Hora de inicio 8:00 h

Segundo examen
Fecha: 18 de abril del 2015
Hora de inicio 8:00 h

El examen se tomará en dos partes de 2h c/u, separadas por un receso de 30 min.

El examen complexivo constará de varios problemas de las asignaturas del programa de la Carrera de Física.

Los problemas pueden ser enunciados en varias modalidades, no necesariamente conserva un formato único. Los problemas pueden ser de múltiple respuesta o de otro tipo.

De manera análoga, los ejercicios pueden presentarse en tres grados de dificultad (baja*, intermedia** y alta***). La calificación asignada a cada problema dependerá de su grado de dificultad. El número de problemas en el examen dependerá del grado de dificultad de los mismos.

Nota. Los problemas ejemplos, expuestos en esta guía, ha sido escogido indistintamente con diferentes grados de dificultad.

CONTENIDOS

GENERALES (40%)

1. **Mecánica Newtoniana**. Cinemática y Dinámica de una partícula. Dinámica de sistema de partículas. Sólido Rígido

Bibliografía recomendada.
ALONSO Y FINN. Física Mecánica Vol.1, Fondo Educativo Interamericano, 1970.
Se recomienda estudiar los ejemplos resueltos de los siguientes capítulos y la resolución de los problemas enumerados a continuación:
Capitulo 4. 25, 26, 28, 31, 34, 45
Capítulo 5. 49, 54, 55, 61
Capitulo 6. 14, 20, 22, 29, 34
Capitulo 7. 19, 28, 35, 39, 49, 61, 78
Capitulo 8. 29, 39, 42, 47, 56
Capitulo 9. 10, 14, 20, 21, 26, 41
Capitulo 10. 23, 25, 27, 29, 34, 38

SERWEY R. BEICHNER R., Física para Ingeniería, Mc Graw Hill, 2002
Se recomienda remarcar en las preguntas planteadas y los ejemplos resueltos a lo largo del desarrollo de los capítulos que involucran el contenido de esta materia. Los problemas planteados a resolver con grado de dificultad intermedio o alto.
YOUNG & FREEDMAN, University Physics, Pearson Addison Wesley, Ed.12th, 2008.
Se recomienda remarcar en las preguntas planteadas y los ejemplos resueltos a lo largo del desarrollo de los capítulos que involucran el contenido de esta materia. Los problemas planteados a resolver con grado de dificultad intermedio o alto.

Ejemplo:
(*) Un asteroide esférico de radio $\boldsymbol{R_0}$ rota con velocidad angular ω_0. Con el pasar del tiempo su masa se incrementa hasta alcanzar un radio $\boldsymbol{2R_0}$. Asumiendo que su densidad permanece constante y que la masa adicional estaba en reposo con respecto al asteroide, encontrar su velocidad angular final. Escoja una respuesta.

1. $\frac{1}{2}\omega_0$
2. $\frac{1}{16}\omega_0$
3. $\frac{1}{32}\omega_0$
4. $\frac{1}{4}\omega_0$
5. $\frac{1}{8}\omega_0$

Solución.
El asteroide tiene un momento angular inicial que se mantiene constante pues no actúa un par de fuerzas (torque) sobre él. Al ir incrementándose su masa tanto su momento de

inercia como su velocidad angular varía de modo que su momento angular permanezca constante, así: $I_0\omega_0 = I_1\omega_1$ por tanto: $\omega_1 = \frac{I_0}{I_1}\omega_0 = \frac{\alpha M_0 R_0^2}{\alpha M_1 R_1^2}\omega_0$ La razón de masas se puede calcular considerando que la densidad del asteroide no ha cambiado al incrementarse su masa. Por tanto $\frac{M_0}{M_1} = \frac{1}{8}$ y la razón de los cuadrados de los radios es: $\frac{R_0^2}{R_1^2} = \frac{1}{4}$. La frecuencia de rotación será: $\omega_1 = \frac{1}{32}\omega_0$ (que corresponde a la respuesta 3).

2. Electricidad y Magnetismo. Electrostática, Corriente eléctrica, Magnetostática, Ley de Faraday.

Bibliografía recomendada.
ALONSO Y FINN. Física Campos y Ondas Vol. 2, Fondo Educativo Interamericano, 1970.
SERWEY R. BEICHNER R., Física para Ingeniería, Mc Graw Hill, 2002.
Cubre los capítulos del 23 al 33. Se recomienda remarcar en las preguntas planteadas y los ejemplos resueltos a lo largo del desarrollo de los capítulos que involucran el contenido de esta materia. Los problemas planteados a resolver con grado de dificultad intermedio o alto
EDMINISTER J., Electromagnetism, Schaum´s Outlines, 2nd Edition. 1979
Se recomienda revisar los problemas resueltos de los capítulos concernientes a los de ésta materia.

Ejemplo
(*) Considerar un plano infinito que posee una densidad de carga σ. El campo eléctrico a una distancia ***d*** medida desde el plano es:
Escoja una respuesta

A) $\frac{\sigma}{\varepsilon_0 d}$

B) $\frac{\sigma}{\varepsilon_0}$

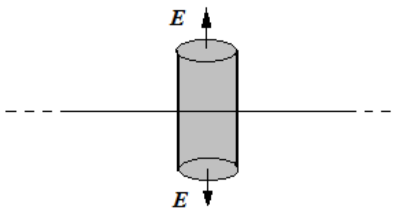
C) $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

D) $\frac{2\varepsilon_0}{\sigma}$

E) $\frac{\sigma}{2\varepsilon_0 d}$

Solución.

Constrúyase un cilindro de radio *r* y lado *d* a cada lado del plano como se representa en la figura.



Aplicando la ley de Gauss sobre dicho volumen, solo las componentes de campo eléctrico perpendiculares al plano permanecen. El flujo de Campo eléctrico a través de la superficie cerrada es igual ala carga encerrada dentro del Volumen. Así.

$\oiint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$ y por tanto $2E\pi r^2 = \frac{\sigma\pi r^2}{\varepsilon_0}$ La solución será entonces (C).

3. Física Molecular. Ley de los gases. Calor y energía. Termodinámica

Bibliografía recomendada.
ALONSO Y FINN. Física, Fondo Educativo Interamericano, 1970.
SERWEY R. BEICHNER R., Física para Ingeniería, Mc Graw Hill, 2002
YOUNG & FREEDMAN, University Physics, Pearson Addison Wesley, Ed. 12th, 2008.
Se recomienda estudiar los ejemplos inmersos en el desarrollo del texto de los capitulos 17, 18 (ejercicios 12, 24, 60, 70), 19 (problemas 44, 48, 56, 62), y 20 (problemas 40, 46, 52, 62). Remarcar el estudio en las preguntas planteadas y de discusión; se sugiere resolver varios problemas de cada capitulo.

Ejemplo.
(*) La razón de compresión de un motor a diesel es de 15 a 1. Esto significa que el aire en los cilindros se comprime a 1/15 de su volumen inicial. Si la presión inicial es 1*atm* y la temperatura 27ºC. Encontrar la presión y la temperatura final (después de la compresión). Calcular también el trabajo que realiza el gas durante la compresión. Se conoce que: el volumen inicial es de 1 litro, **la capacidad calorífica molar** C_V del aire es 28 J/mol.ºK. Asuma que el aire se comporta como un gas ideal con coeficiente adiabático $\gamma = \frac{C_p}{C_V} 1.4$

Solución.
El problema involucra una compresión adiabática del aire (tomado como gas ideal). La temperatura inicial $T_i = 300K$ y la razón de volúmenes $\frac{V_i}{V_f} = 15$.

Puesto que para un proceso adiabático: $pV^\gamma = cte$ se tiene que $p_i V_i^\gamma = p_f V_f^\gamma$

$$p_f = p_i \frac{V_i^\gamma}{V_f^\gamma} = 1atm \cdot (15)^{1.4} = 44.3atm$$

Tomando $pV^\gamma = cte$ y reemplazando la presión por la temperatura mediante la ecuación de estado del gas ideal, se tiene: $TV^{\gamma-1} = cte$

Así, $T_i V_i^{\gamma-1} = T_f V_f^{\gamma-1}$ por tanto, $T_f = T_i \left(\frac{V_i}{V_f}\right)^{\gamma-1} = 300K(15)^{0.4} = 886.3K$

Como el proceso es adiabático Q=0, por tanto $W = -\Delta E$ de allí que para el gas ideal

$nC_V = \dfrac{\Delta E}{\Delta T} = -W(T_f - T_i) = W(T_i - T_f)$ siendo n el número de moles de aire, que se lo calcula mediante la ecuación de estado $n = \dfrac{p_i V_i}{RT_i} = 0.0405\ mol$. Así,

$$W = \frac{nC_V}{(T_i - T_f)} = -494\ J$$

4. **Física Moderna**. Relatividad especial. Ecuación de Schrödinger. Átomos con un electrón.

Bibliografía recomendada.

RESNICK R. EISBERG R. Física Cuántica, Limusa, 1984

Se recomienda los ejemplos resueltos dentro del texto de los capítulos correspondientes al programa, contestar las preguntas planteadas y resolver ejercicios de los problemas. Tales como:

Capitulo 1. 1, 4, 5, 10, 15, 16.
Capítulo 2. 2, 5, 8, 10, 17, 22, 24.
Capitulo 3. 2, 4, 9, 11, 16, 19, 25, 27
Capitulo 4. 15, 18, 21, 24, 28, 32
Capitulo 5. 7, 8, 9, 10, 11, 12, 26
Capitulo 6. 4, 8, 19, 24, 28, 33.
Capitulo 7. 3, 4, 11, 16, 17,
Capitulo 8. 2, 4, 9, 12, 16
Capitulo 9. 1, 2, 3, 14, 15
Capitulo 10. 2. 3, 4, 10

ACOSTA V., COWAN C. GRAHAM B.J., Curso de Física Moderna, Harla, 1975.

Se recomienda resolver los problemas relacionados con relatividad especial, es decir.

Capitulo 4. Todos.
Capitulo 5. Todos.
Capitulo 6. Todos.

De igual manera los problemas de los otros capítulos pueden ser de gran ayuda, especialmente los relacionados a los siguientes capítulos 35 y 36.

GAUTREAU R. SAVIN W., Modern Physics, Schaum´s Outlines Series, Mc Graw Hill, 1999.

Se recomienda tanto los problemas resueltos como planteados de los capítulos relacionados al contenido de esta materia.

Ejemplo.

(**)Un electrón tiene una función de onda $\psi(r,\theta,\phi) = C \cdot r^3 e^{-r/a}$. Si a y C son contantes. En el entorno (infinitesimal) ¿a qué distancia radial se tiene la máxima probabilidad de hallar al electrón?

1. Distancia *r=a*
2. Distancia *r=2a*
3. Distancia *r=3a*

4. Distancia *r=4a*
5. Distancia *r=5a*

Solución.
El producto de la función de onda por su conjugada y por elemento de volumen representa la probabilidad de encontrar al electrón dentro de dicho elemento de volumen. $\psi^* \psi \cdot dV = \psi^* \psi \cdot r^2 sen\theta \cdot drd\theta d\phi$ Si se integra en todo el ángulo sólido, se tiene la función de distribución de probabilidad radial, la cual será:
$C'^2 r^8 e^{-2r/a}$ donde se ha definido $C' = 4\pi C$. El máximo de esta distribución se encuentra diferenciado en *r* e igualando a cero; lo que lleva a la respuesta (4).

5. Óptica. Movimiento Ondulatorio y Ondas. Propagación de la luz. Polarización. Superposición. Interferencia y Difracción

Bibliografía recomendada.
HECHT-ZAJAC, Óptica, Fondo Educativo Interamericano, 1977
GRANT R. FOWLES, Introduction to the Modern Optics, Dover Books on Physics, 1989.
HECHT E., Optics, Schaum´s Outlines Series, Mc Graw Hill, 1975.
De los siguientes capítulos se sugiere los problemas resueltos; y los planteados que se enumeran a continuación.
Capitulo 3. 23, 34, 39, 41, 46, 48, 50.
Capitulo 4. 66, 69, 72, 78, 87.
Capitulo 5. 51, 55, 60, 66, 73, 80.
Capitulo 6. 54, 60, 66, 70, 80, 84, 86.
Capitulo 7. 55, 60, 72, 77.
Capitulo 8. 25, 29, 34, 40.

Ejemplo
(*) El campo eléctrico en una onda plana, está descrita por la expresión: $\vec{E} = \vec{E}_{0y} \cos(\omega t + kx + \alpha)\hat{u}_y + \vec{E}_{0z} \sin(\omega t + kx + \beta)\hat{u}_z$. ¿En qué condiciones se tendrá una onda polarizada circularmente?

A) $\alpha \neq \beta$ y $E_{0y} = E_{0z}$

B) $\alpha - \beta = \pi$

C) $\alpha + \beta = \pm \frac{\pi}{2}$

D) $\alpha - \beta = \pm \frac{\pi}{2}$ y $E_{0y} = E_{0z}$

E) $\alpha = \beta$ y $E_{0y} = E_{0z}$

Solución.
La onda electromagnética representada en la ecuación se propaga en la dirección de la x (en sentido negativo). Para que la onda esté polarizada circularmente, las componentes de campo eléctrico perpendiculares deben cumplir dos requerimientos: i) ser iguales en

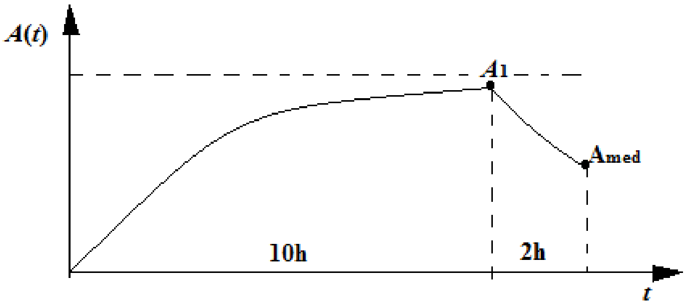
módulo; ii) tener una diferencia constante de fase de $\pm\pi/2$. Por tanto la respuesta es (D).

6. Física Nuclear. Decaimiento radiactivo, Modelos nucleares, Propiedades de la interacción fuerte

Bibliografía recomendada.
BURCHAM W. E., Física Nuclear, Reverte 1974
KRANE K., Introductory Nuclear Physics, John Wiley & Son, 1988
Se recomienda la resolución de los siguientes problemas de este libro:
Capitulo 3. 1, 3, 9, 13, 18, 20
Capitulo 4. 1, 2, 4, 7, 8, 10, 13.
Capitulo 5. 1 al 8, 13, 14
Capitulo 6. Todos
Capitulo 8. 5, 8, 10, 15, 20
Capitulo 9. 4, 6, 9, 14, 16, 19, 20
Capitulo 10. 2, 3, 5, 6, 8, 9, 19.
Capitulo 11. 1, 3, 8, 12, 18
Capitulo 17. 1, 2, 4, 6, 12,
Capitulo 18. 1, 4, 5, 6, 7.
MARMIER P. & SHELDON E., Physics of Nuclei and Particles, Vol. 1, Academic Press, 1968.
Capitulo 3. 2, 4, 6, 7, 8.
Capitulo 4. 2, 3, 6, 7, 8, 12, 14
Capitulo 5. 1 al 4, 6, 7
Capitulo 6. 4, 9, 11, 12, 15, 17

Ejemplo
(***) Para determinar la cantidad de cobre en una muestra, un gramo de dicha muestra se irradia con neutrones en un reactor nuclear por un tiempo de 10h con un flujo de neutrones térmicos de 10^{12} neutrones/cm^2 seg. Inmediatamente después se realiza una separación química del cobre (tiempo requerido 2h y rendimiento químico 72%) procediéndose inmediatamente después de la separación, a su conteo en un detector de radiación. El conteo neto que se obtiene es de 23000 cuentas/min. Si se conoce que el detector tiene una eficiencia del 48%, ¿Cual es la cantidad de cobre (en ppm) en el gramo de muestra?
Cu^{63} (69,17%); σ = 4,5 barn se activa en Cu^{64} ($T_{1/2}$=12,7h)
Cu^{65} (30,83%); σ = 2,17 barn se activa en Cu^{66} ($T_{1/2}$=5,1 min)

Solución.
Durante la irradiación de 10h de la muestra, la actividad de los dos isótopos del cobre se incrementa en el tiempo como se muestra en la figura, de acuerdo con la relación $A(t) = Q(1-e^{-\lambda t})$ para cada uno de ellos. Después de la irradiación, mientras se procede a la separación química, la actividad decrece de acuerdo con la ley del decaimiento exponencial. Note que para el caso del Cu^{66} las dos horas representan aproximadamente 40 tiempos de vida media de dicho radio-isótopo, por tanto, después de la separación química no se medirá ningún decaimiento de dicho radio-isótopo.



El conteo neto de 23000 cuentas/min provienen solamente de Cu^{64}, puesto que se conoce la eficiencia del detector se tiene que $A_{med} = \dfrac{23000\ c/\min}{.48} = 798.6\ Bq$

La actividad A_1 será: $A_1' = A_{med} \cdot e^{\ln 2 \frac{2h}{12.7h}} = 980.75\ Bq$ corrigiendo por el rendimiento químico $A_1 = 1237.1\ Bq$. Este valor de actividad es el que genera la activación por neutrones del Cu^{63}, y es igual a: $\dfrac{\phi_{nth}\sigma_{nth}N_{AV}\,m_{Cu}C_{Cu-63}}{\tilde{A}}\left(1-e^{-\ln 2\frac{10h}{12.7h}}\right) = A_1$ donde

ϕ_{nth} es el flujo de neutrones térmicos
σ_{nth} es la sección eficaz de captura de neutrones térmicos
N_{AV} es el número de Avogadro
m_{Cu} es la masa del elemento del cobre.
C_{Cu-63} es la concentración isotópica del Cu^{63}.

Despejando la masa del Cobre $m_{Cu} = 0.98\,10^{-7}\,g$ $\quad m_{Cu} = 0.098\ ppm$

TEÓRICAS 40%

1. Mecánica Clásica. Formalismo de Lagrange. Formalismo de Hamilton.

Bibliografía recomendada.
TAYLOR J.R., Classical Mechanics, University Science Books, 2005
Se sugiere revisar Ejercicios propuestos.
Una partícula en dos dimensiones (Coordenadas Polares) [Cap.7 ejemplo 2)]
Sistemas acoplados: Péndulo simple suspendido en un origen con movimiento circular uniformemente acelerado. [Cap. 7 ejercicio 30]
Lagrangiano de una partícula cargada en un campo mangnético constante [Cap.7 ejercicio 49]
Problema de los dos cuerpos: Cambio de órbitas circulares [Cap.8 ejemplo 6]
Hamiltoniano del oscilador armónico en una dimensión [Cap. 13 ejemplo 5]
Hamiltoniano de sistemas compuestos: Máquina de Atwood con oscilador armónico [Cap.13 ejercicio 23]
GOLDSTEIN H., Mecánica Clásica, Reverté, 2009
MURRAY R. SPIEGEL, Mecánica Teórica, Colección Schaum, Mc Graw Hill, 1976.
Se recomienda revisar los problemas resueltos de los capitulos 11 y 12 de este libro.

Ejemplo

(**) Un péndulo simple que consiste de una masa m esta atado a una cuerda de longitud l. Inmediatamente después que el sistema se puso en movimiento al tiempo cero, la longitud de la cuerda se incrementa a rapidez constante:

$$\frac{dl}{dt} = \alpha = cte$$

El punto donde se sujeta el péndulo permanece en una posición fija.

a. Escriba la Lagrangiana para el péndulo.
b. Escriba la Hamiltoniana del sistema.
c. Escriba las ecuaciones de movimiento de Hamilton. No las resuelva.
d. Muestre que las ecuaciones de movimiento se reducen a las del péndulo simple si la longitud del péndulo permanece constante.
e. ¿Es la Hamiltoniana una constante del movimiento?
f. ¿Calcule una ecuación para la variación de la energía en el tiempo? ¿Aumenta o disminuye? ¿Cuál es la fuente de variación de la energía?

Solución.

a. Las coordenadas del péndulo son:

$x = l\sin q \qquad y = -l\cos q$

Sus derivadas $\dot{x} = \alpha\sin q + l\dot{q}\cos q \qquad \dot{y} = -\alpha\cos q + l\dot{q}\sin q$

Las energías cinética y potencial serán:

$T = \frac{1}{2}m\left(\alpha^2 + l^2\dot{q}^2\right) \quad V = mg(-l\cos q)$ respectivamente. Entonces

$$L = T - V = \frac{1}{2}m\left(\alpha^2 + l^2\dot{q}^2\right) + mgl\cos q$$

b. El Hamiltoniano se lo puede encontrar mediante el calculo de $p = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}} = ml^2\dot{q}$.

Puesto que $H = pq - L = \frac{p^2}{2ml^2} - mgl\cos q - \frac{1}{2}m\alpha^2$

c. Las ecuaciones del movimiento son:

$$\dot{p} = -\frac{\partial H}{\partial q} = -mgl\sin q$$

$$\dot{q} = \frac{\partial H}{\partial p} = \frac{p}{ml^2}$$

d. Si la longitud permanece constante $\dot{p} = ml^2\ddot{q}$ y por tanto $ml^2\ddot{q} = -mgl\sin q$

Es decir, $\ddot{q} = -\frac{g}{l}\sin q$

e. No, ya que depende explicitamente del tiempo porque l depende del tiempo.

$$\frac{dH}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{p^2\alpha}{ml^2} - mg\alpha\cos q$$

f. La ecuación sería

$$E = T + V = \frac{1}{2}m\left(\alpha^2 + l^2\dot{q}^2\right) - mgl\cos q$$

De donde, comparando con la Hamiltoniana

$$E = H + m\alpha^2$$

Considerando la variacion temporal de la Hamiltoniana

$$\frac{dE}{dt} = \frac{\partial H}{\partial t} = -\frac{p^2\alpha}{ml^2} - mg\alpha\cos q$$

Por tanto la energía disminuye. Su variación se debe al incremento de la longitud de la cuerda.

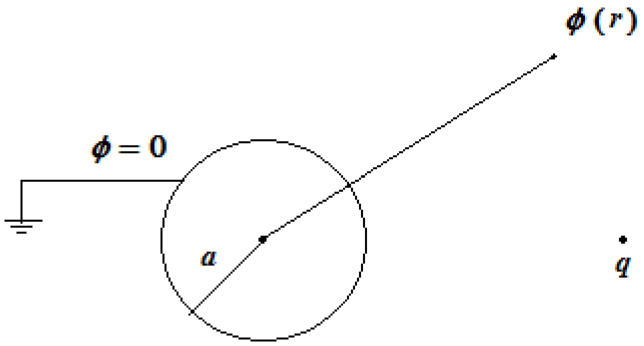
2. **Electródinamica**. Ecuaciones de Maxwell. Campos dependientes del tiempo. Propagación de ondas en medios dispersivos. Radiación

Bibliografía recomendada.

GRIFFITH D., Introduction to electrodynamics, Addison Wesley, 2012.
Se recomienda resolver los ejercicios siguientes:
Método de las imágenes [Cap3. ejemplo 2]
Ley de Biot-Savart [Cap.5 ejemplo 5]
Ecuaciones de Maxwell: corriente de desplazamiento[Cap.7 ejercicio 37]
Vector de Poynting: capacitor plano [Cap.8 ejercicio 2]
Ondas estacionarias en una dimensión [Cap. 9 ejercicio 9.2]
Presión de radiación [Cap.9 ejercicio 10]
Ondas en medio materiales: coeficientes de transmisión y reflexión [Cap. 9 ejercicio 13]
Radiación dipolar eléctrica [Cap. 11 ejercicio 3]
Radiación dipolar magnética [Cap. 11 ejercicio 6]
JACKSON J. Classical Electrodymanics, Willey, 1998
A.I. ALEXEIEV, Problemas de Electrodinámica Clásica, Ed. MIR, 1980
Se recomienda escoger y estudiar varios problemas resueltos de cada capitulo.
GREINER W., Classical electrodynamics, Springer, 1998.
Se recomienda estudiar los ejemplos ubicados en el desarrollo del texto

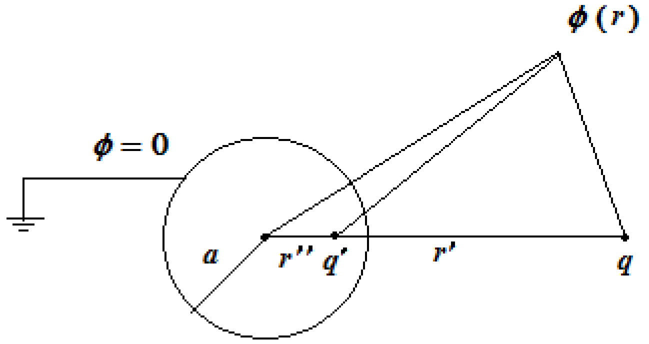
Ejemplo.

(**) Encuentre la carga imagen que genere el mismo potencial en la región fuera de la esfera, como se muestra en la figura.



Solución

Para calcular el potencial en r se ubica una carga imagen q´en la línea entre el centro de la esfera y la carga q como se muestra en la figura.



$\vec{r}\,'$ vector posición de la carga q
$\vec{r}\,''$ vector posición de la carga imagen q'

El potencial en el punto de observación será:

$$\phi(\vec{r}) = \frac{Kq}{|\vec{r} - \vec{r}\,'|} + \frac{Kq'}{|\vec{r} - \vec{r}\,''|}$$

Puesto que $\phi(\vec{a}) = 0$

$$\phi(\vec{a}) = \frac{Kq}{|\vec{a} - \vec{r}\,'|} + \frac{Kq'}{|\vec{a} - \vec{r}\,''|} = 0$$

Por tanto, elevando al cuadrado la expresión, se tiene:

$$\frac{q^2}{(\vec{a} - \vec{r}\,')(\vec{a} - \vec{r}\,')} = \frac{q'^2}{(\vec{a} - \vec{r}\,'')(\vec{a} - \vec{r}\,'')}$$

Operando

$$q^2(\vec{a} - \vec{r}\,'')(\vec{a} - \vec{r}\,'') = q'^2(\vec{a} - \vec{r}\,')(\vec{a} - \vec{r}\,')$$

$$a^2\left(q^2 - q'^2\right) + q^2 r''^2 - q'^2 r'^2 - 2\vec{a}\cdot\left(q^2\vec{r}\,'' - q'^2\vec{r}\,'\right) = 0$$

Note que el término $2\vec{a}\cdot\left(q^2\vec{r}\,'' - q'^2\vec{r}\,'\right)$ debe anularse pues contiene un coseno arbitrario ya que el vector $\vec{a}$ toma todas las direcciones posibles, es decir, $\left(q^2\vec{r}\,'' - q'^2\vec{r}\,'\right) = 0$. Lo que demuestra que los vectores $\vec{r}\,'$ y $\vec{r}\,''$ son paralelos, y $q'^2 = q^2\,\frac{r''}{r'}$. Reemplazando en la ecuación, se llega a la condición que $r'' = \frac{a^2}{r'}$.

De allí, $q' = \frac{qa}{r'}$ (respuesta)

3. Mecánica Cuántica. Fundamentos. Operadores creación aniquilación**.** Adición Momento angular Método WKB. Teoría de perturbaciones

Bibliografía recomendada.
ZETILLI N. Quantum Mechanics: Concepts & Applications, Wiley, 2009
Es un libro muy didáctico que presenta una buena cantidad de ejercicios resueltos. Se recomienda revisar dichos ejercicios. Además se recomienda resolver algunos problemas planteados tales como:
Capitulo 2. 1 al 6, 13, 15, 18, 24, 38
Capitulo 3. 1 al 5, 8, 12, 17, 27
Capitulo 4. 9, 19, 26, 33
Capitulo 5. 2, 8, 16, 20, 23, 31, 36.
Capitulo 6. 5, 6, 12, 16, 20
Capitulo 7. 6, 9, 13, 18
Capitulo 8. 1 al 5
Capitulo 9. 3, 4, 7, 23, 26, 33, 43.
Capitulo 10. 1 al 3, 6, 10, 16, 22.
Capitulo 11. 1, 3, 7, 11, 13

GRIFFITHS D., Introduction to Quantum Mechanics, Prentice Hall, 1995
Curso recomendado. Contiene problemas propuestos de diferente grado de dificultad.
GALINDO Y PASCUAL, Mecánica Cuántica, Editorial Alhambra, 1978

Ejemplo.
(***) Considere un oscilador armónico cuántico unidimensional, en el cual por facilidad se escoge: $m = \hbar = \omega = 1$. Su hamiltoniano será: $H = \hat{a}^{+}\hat{a} + \frac{1}{2}$ donde $\hat{a} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{x} + i\hat{p})$ y $\hat{a}^{+} = \frac{1}{\sqrt{2}}(\hat{x} - i\hat{p})$. Una función propia de la energía, no normalizada es: $\psi_b = (2x^3 - 3x)\cdot e^{-x^2/2}$
Encontrar otras dos funciones propias de la energía (no normalizadas) las cuales tienen sus energías más cercanas a aquella del estado ψ_a

Solución.
El Hamiltoneano esta escrito en función de los operadores de aniquilación y creación que satisfacen:

$$\hat{a}\psi_n = \sqrt{n}\cdot\psi_{n-1}$$

$$\hat{a}^{+}\psi_n = \sqrt{n+1}\cdot\psi_{n+1}$$

Note que: $\hat{a}\hat{a}^{+}\psi_n = (n+1)\cdot\psi_n$ Si reemplazamos el estado propio dado en esta relación se obtiene: $\hat{a}\hat{a}^{+}\psi_b = \frac{1}{2}\left(x + \frac{d}{dx}\right)\cdot\left(x - \frac{d}{dx}\right)\cdot(2x^3 - 3x)\cdot e^{-x^2/2} = (3+1)\cdot\psi_b$
Por tanto, $n = 3$ para el estado *b.*
Las funciones más cercanas en valores de energía a este estado serán aquellas con n = 2 y n = 4 que se las puede obtener de:

$$\hat{a}\psi_3 = \sqrt{3}\cdot\psi_2 \quad \text{i.e.} \quad \psi_2 = \frac{1}{\sqrt{6}}\left(x + \frac{d}{dx}\right)\cdot(2x^3 - 3x)\cdot e^{-x^2/2} \approx (2x^2 - 1)\cdot e^{-x^2/2}$$

$$\hat{a}^{+}\psi_3 = \sqrt{3+1}\cdot\psi_4 \quad \text{i.e.} \quad \psi_4 = \frac{1}{\sqrt{6}}\left(x - \frac{d}{dx}\right)\cdot(2x^3 - 3x)\cdot e^{-x^2/2} \approx (4x^4 - 12x + 3)\cdot e^{-x^2/2}$$

4. Mecánica Estadística. Colectivo micro-canónico, canónica y gran canónico Distribuciones Estadísticas: Clásica y Cuánticas. Equilibrio de fases. Fenómenos de Transporte

Bibliografía recomendada.
REIF F., Fundamentals of Statistical and Thermal Physics, Waveland Pr Inc., 2008
Se recomienda resolver los siguientes ejercicios de este texto.
Capitulo 2. 1 al 4, 7
Capitulo 3. 1 al 6
Capitulo 6. 1 al 10
Capitulo 7. 1 al 8
Capitulo 8. 2, 4, 6, 8, 10, 12, 17
Capitulo 9. 1 al 22
Capitulo 10. 1 al 4, 6, 8, 12, 14
Capitulo 12. 1 al 5, 9, 10, 14, 15, 16
Capitulo 13. 1 al 10

GREINER W. Y COL., Thermodynamics and Statistical Mechanics, Springer, 2000
Se recomienda revisar los ejercicios resueltos a través del texto.
Ejemplo.
(**) La función de partición de un gas ultra-relativista compuesto de N partículas está dado por: $Z = \frac{1}{N!}\left[8\pi V\left(\frac{k_B T}{hc}\right)^3\right]^N$ donde V es el volumen que contiene el sistema T su temperatura. Calcular la Entropía del sistema y su ecuación de estado.

Solución.

La entropía del sistema está dada por: $S = k_B\left(\ln Z + \frac{\overline{E}}{k_B T}\right)$ siendo $\overline{E}$ la energía media del sistema. La energía media del sistema es: $\overline{E} = -\frac{\partial \ln Z}{\partial \beta} = k_B T^2 \frac{\partial \ln Z}{\partial T}$ donde se define $\beta = (k_B T)^{-1}$. Sacando el logaritmo y resolviendo se tiene: $\overline{E} = 3Nk_B T$
La entropía será: $S = k_B(\ln Z + 3N)$
Puesto que en la forma de la función de partición solo aparece el volumen V como parámetro externo, la ecuación de estado será la relacionada a su fuerza generalizada, es decir, la presión: $p = \frac{1}{\beta}\frac{\partial \ln Z}{\partial V}$
Resolviendo se tiene, $p = \frac{Nk_B T}{V}$

5. **Estado Sólido.** Red directa y reciproca, Teoría de Bloch, Interacciones y fenómenos de transporte en sólidos.

Bibliografía recomendada.
KITTEL C., Introduction to Solid State Physics, Wiley, 2004
ASHCROF N. MERMIN D.N., Solid State Physics, Cengage Learning, 1976
GOLDSMID H.J., Problemas de Física del Estado Sólido, Ed. Reverté, 1975
De este libro, se recomienda revisar los ejercicios y sus respectivas soluciones
LÁSZLÓ MIHALY & MICHAEL C. MARTIN, Solid State Physics Problems and Solutions, John Wiley & Sons Inc., 1996
De este libro, se recomienda revisar los ejercicios y sus respectivas soluciones

Ejemplo.
(**) Considere un cristal unidimensional con constante de red π y potencial de la forma $V(x) = -2\cos(2x)$. Calcule el valor del intervalo prohibido de energía para los puntos límites de la primera zona de Brillouin.

Solución.
En general $V(x) = \sum_G U_G e^{iGx}$ donde $G = \frac{2\pi}{a} p$ donde $p = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots,$ que es un vector de la red recíproca. En este caso note que: $a = \pi$.

Así, $V(x) = \sum_p U_p e^{i2px} = U_0 + U_1 e^{i2x} + U_{-1} e^{-i2x} + \sum_{|p|\geq 2} U_p e^{i2px}$

Como se conoce que $V(x) = -2\cos(2x)$, entonces
$U_1 = U_{-1}$
$U_0 = 0$
$U_p = 0$ para $|p| \geq 2$
Con lo cual $V(x) = 2U_1 \cos(2x)$ y por tanto $U_1 = U_{-1} = -1$
De esta manera el ancho de banda prohibida es:
$E_g = 2|U_1| = 2$ (respuesta)

COMPLEMENTARIAS (20%)

Conceptos de Probabilidad y Estadística. Computación (Análisis Numérico). Metodología científica para análisis de Datos.

Bibliografía recomendada:
SCHAEFFER R. & McCLAVE J. “Probabilidad y Estadística para Ingeniería”, Grupo Editorial Iberoamérica, México, 1993.
MAEDER R.E., Computer Science with MATHEMATICA, Cambridge University Press, 2000

La modalidad para la evaluación de las materias complementarias dentro de la carrera de física será diferente a la resolución de problemas.

En este caso se procederá a entregar un artículo científico y se solicitará que se lea un par de párrafos de dicho artículo. Se preguntará sobre, por ejemplo, comprensión del texto, métodos utilizados para el análisis de datos. Explicación de los resultados experimentales.

Ejemplo.
Del siguiente artículo (adjunto) se pedirá contestar dos preguntas sobre el mismo. Estas preguntas pueden ser, por ejemplo dos de las que se plantean en el ejemplo siguiente.

(***) Lea, del siguiente artículo: el resumen, la introducción y la sección 2.
Preguntas
1. Realizar un resumen corto sobre la introducción del artículo.
2. ¿Explicar que entiende y cuales son las causas de los efectos de “no gaussianidad”?
3. Explique la significancia de las medidas de sigma_8 (σ_8) a un nivel de confianza de dos sigmas.
4. Además del modelo desarrollado en el artículo, que otros modelos se menciona y la ventaja del modelo planteado con relación a los mencionados.
Otras preguntas que pueden ser consideradas son:
5. Indique en sus palabras cuál es Fenómeno o problema físico del que el artículo trata.
6. ¿Qué problemática concreta les preocupa a los autores?
7. ¿Qué solución o alternativa plantean los autores frente a la problemática concreta?

(se adjunta artículo)